[1] A K.M.L. egyik legutóbbi számában olvastam nehány tréfás mennyiségtani bebizonyítást, s ez felbátorít arra, hogy sorozatukat folytassam. Igen szellemes és fogas kérdésekre akadni Rebiere: Mathématiques et Mathématiciens czímű munkájában, a "Mathesis' czímű belga folyóirat 1892. és 1893. évfolyamaiban. Az alábbiakban tárgyaltak közül némelyiket innét vettem, de vannak olyanok is, melyeknek eredetéről nem tudok beszámolni.

Most pedig arra figyelmeztetem a szíves olvasót, hogy innét kezdve ne higyjen el nekem semmit.

1. Bebizonyítom, hogy $100 = 1$.

Legyen $a = 100,\ b = 101,\ c = 1$.

$$a = b - c$$

$$a^2 = ab - ac$$

$$a^2 - ab = -ac$$

$$a^2 - ab + \frac{b^2}{4} = \frac{b^2}{4} - (b - c)c$$

$$a^2 - ab + \frac{b^2}{4} = \frac{b^2}{4} - bc + c^2$$

$$\left(a - \frac{b}{2}\right)^2 = \left(c - \frac{b}{2}\right)^2$$

s mindkét oldalon négyzetgyököt vonván

$$a - \frac{b}{2} = c - \frac{b}{2}$$

vagyis

$$a = c.$$

Q.E.D.

2. Az összes számok egymás közt egyenlők. Ugyanis vegyünk fel két tetszés szerinti számot, a-t és b-t, melyek különbsége $= c$; tehát

$$a - b = c.$$

Mindkét oldalon $(a - b)$-vel szorozván

$$a^2 - ab - ab + b^2 = ac - bc$$

$$a^2 - ab - ac = ab - b^2 - bc$$

$$a(a - b - c) = b(a - b - c)$$

s a közös tényezővel való osztás után

$$a = b.$$

Q.E.D.

3. Bebizonyítom, hogy $2 = -1$.

Induljunk ki az alábbi evidens egyenlőségekből:

$$a + b = -c$$

$$a + c = -b$$

$$b + c = -a$$

Összegük

$$2(a + b + c) = -(a + b + c)$$

honnét

$$2 = -1.$$

Q.E.D.

4. A számok egyenlőségének egy másik bebizonyításánál a következő evidens föltevésből indulunk ki:

$$a^2 - a^2 = a^2 - a^2$$

[1] Kérjük az egyes bizonyításokban előforduló hibák megjelölését.

$$a(a-a)=(a+a)(a-a)$$

$(a-a)$-val egyszerűsítvén

$$a=a+a$$

$$a=2a$$

tehát

$$1=2$$

s ha mindkét oldalon 1-et hozzáadunk, akkor azt találjuk, hogy $2=3$, $3=4$ stb.

5. Ha a nem egyenlő b-vel, a mit röviden így szokás jelölni: $a\neq b$, akkor $x-a\neq x-b$, tehát $(x-a)^2\neq(x-b)^2$. Ennélfogva az

$$(x-a)^2=(x-b)^2$$

egyenlet lehetetlennek látszik. Ámde

$$x^2-2ax+a^2=x^2-2bx+b^2,$$

honnét

$$x=\frac{1}{2}(a+b).$$

Így tehát a lehetetlennek mondott egyenletnek mégis van gyöke.

6. Adva van a következő egyenlet:

$$\frac{3x-b}{3x-5b}=\frac{3a-4b}{3a-8b}.$$

Az egyenlőségi jel két oldalán álló tört kifejezések nem egyenlők az egységgel. Ismert tétel szerint, ha két egyenlő tört számlálóinak különbségét elosztjuk nevezőiknek különbségével, egy az adottakkal egyenlő törtet nyerünk. Ezt a mi esetünkben alkalmazván

$$\frac{3x-3a+3b}{3x-3a+3b}$$

kifejezéshez jutunk, mely $=1$; tehát az adott törtek mindegyike egyenlő az egységgel.

7. Nem igaz, hogy: ha két mennyiség egyenkint egyenlő egy harmadikkal, akkor azok egymás közt is egyenlők. Mert föltéve, hogy

$$\frac{x-a+c}{y-a+b}=\frac{b}{c},\ \frac{x+c}{y+b}=\frac{a+b}{a+c}$$

s ezen egyenlő törtekre a 6)-ban említett tételt alkalmazzuk, akkor

$$\frac{x-a-b+c}{y-a+b-c}=\frac{b}{c},\ \frac{x-a-b+c}{y-a+b-c}=\frac{a+b}{a+c}$$

tehát az eleinte idézett elv szerint

$$\frac{b}{c}=\frac{a+b}{a+c}$$

a mi nyilván absurdum: hiszen ha a tört számlálóját és nevezőjét ugyanazon mennyiséggel növelem, akkor értéke megváltozik.

8. A törtek egyenlőségére vonatkozó tételek egyáltalán érvénytelenek. Induljunk ki a következő egyenletből.

$$\frac{x+1}{a+b+1}=\frac{x-1}{a+b-1}.$$

Vonjuk ki mindkét oldalon az 1-et következőképpen:

$$\frac{x+1}{a+b+1}-\frac{a+b+1}{a+b+1}=\frac{x-1}{a+b-1}-\frac{a+b-1}{a+b-1}$$

akkor

$$\frac{x-a-b}{a+b+1}=\frac{x-a-b}{a+b-1}$$

tehát két egyenlő számlálójú tört akkor is egyenlő értékű lehet, ha nevezőik különbözők.

Az adott egyenlet reciprok értékét tekintvén

$$\frac{a+b+1}{x+1}=\frac{a+b-1}{x-1}$$

honnét hasonlóképpen

$$\frac{a+b+1}{x+1}-\frac{x+1}{x+1}=\frac{a+b-1}{x-1}-\frac{x-1}{x-1}$$

$$\frac{a+b-x}{x+1}=\frac{a+b-x}{x-1}$$

s a megfordított értékekre térvén vissza

$$\frac{x+1}{a+b-x}=\frac{x-1}{a+b-x}$$

vagyis két egyenlő tört értéke akkor is egyenlő lehet, ha számlálóik különbözőek.