

Naponta átlagosan 1 csokigolyót gurít le. Hívjuk n -edzésnek az n hosszú utcában végzett edzést, és legyen $f(n)$ az átlagosan megevett csokigolyók száma. Teljes indukcióval látjuk be, hogy $f(n) = 1$. Az állítás $n = 2$ -re nyilván igaz. Feltéve, hogy $n = k \geq 2$ -re igaz, vizsgáljuk az $n = k + 1$ esetet. A $(k + 1)$ -es edzés kezdetén $\frac{1}{2}$ eséllyel csinál egy k -as edzést és visszaér a 2-es házba, és $\frac{1}{2}$ eséllyel visszamegy az 1-es házba 0 csokigolyóval. Ha csinált egy k -as edzést, utána megint $\frac{1}{2}$ eséllyel egy k -as edzést végez, és $\frac{1}{2}$ eséllyel visszamegy az 1-es házba stb. Felhasználva, hogy

$$\frac{1}{2^l} + \frac{1}{2^{l+1}} + \dots = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^l}{1 - \frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{l-1},$$

felírható a következő:

$$\begin{aligned} f(k+1) &= \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{4} f(k) + \frac{1}{8} \cdot 2f(k) + \frac{1}{16} \cdot 3f(k) + \dots = \\ &= f(k) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \right) + f(k) \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \right) + \dots = \\ &= f(k) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots \right) = f(k). \end{aligned}$$

Ezzel az állítást beláttuk $n = k + 1$ esetére is.

Tehát Artúr átlagosan minden nap 1 csokigolyót gurít le.

Beke Csongor (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn., 11. évf.)