Tegyük fel, hogy létezik a feladat követelményeit kielégítő függvény és a hozzá tartozó a és b pozitív konstansok. Keressük meg azokat az x számokat, amelyekre $x^2 = ax + b$.

E másodfokú egyenletnek – mivel a és b pozitívak – két (különböző) megoldása van, legyenek ezek x_1 és x_2. Az x_1 és x_2 nem egymás ellentettjei, hiszen $a \neq 0$. Ekkor $i = 1, 2$ bármelyik értékére

$$f\left(x_i^2\right) - \left(f(ax_i + b)\right)^2 = f\left(x_i^2\right) - \left(f\left(x_i^2\right)\right)^2 \geq \frac{1}{4},$$

azaz

$$0 \geq \left(f\left(x_i^2\right)\right)^2 - f\left(x_i^2\right) + \frac{1}{4} = \left(f\left(x_i^2\right) - \frac{1}{2}\right)^2.$$

Ez csak akkor teljesül, ha $f\left(x_i^2\right) = \dfrac{1}{2}$, vagyis $f\left(x_1^2\right) = \dfrac{1}{2} = f\left(x_2^2\right)$. Mivel $x_1 \neq \pm x_2$, azért a függvény két különböző $\left(x_1^2 \text{ és } x_2^2\right)$ helyen is felveszi ugyanazt az értéket, ami ellentmond a feladat első feltételének. Tehát a kérdéses függvény nem létezik.

Tóth Bálint (Kaposvári Táncsics M. Gimn., 9. évf.)