A $2n$ egymást követő egész szám halmazát jelölje $\mathcal{H}$. A $\mathcal{H}$ elemei között legfeljebb egy lehet osztható $2n$-nel, hiszen két ilyen szám különbsége legalább $2n$, míg $\mathcal{H}$ legnagyobb és legkisebb elemének különbsége csupán $2n-1$. Hasonló okból az $n+1, n+2, \ldots, 2n-1$ számoknak legfeljebb két többszörösük lehet $\mathcal{H}$-ban, mivel három ilyen többszörös közül a legnagyobb és legkisebb különbsége legalább $2(n+1) > 2n-1$.

A továbbiakban n paritása szerint két esetet különítünk el egymástól.

1. eset: n páros. Ekkor az $n+1$, $n+2, \ldots, 2n$ számok közül $\frac{n}{2}$ páros és ugyanennyi páratlan. Ha – a $2n$ kivételével – ezek közül mindegyik k-nak két többszöröse van $\mathcal{H}$-ban, akkor ezek „szomszédos" többszörösök (ik és $(i+1)k$), így a páratlanoknak egy páratlan és egy páros többszöröse, a párosaknak pedig két páros többszöröse található $\mathcal{H}$-ban. Ez (a $2n$ egyetlen $\mathcal{H}$-beli többszörösét is beszámítva $2\big(\frac{n}{2}-1\big)+\frac{n}{2}+1=n+\frac{n}{2}-1$ páros és) $\frac{n}{2}$ páratlan többszöröst jelentene $\mathcal{H}$-ban; mivel azonban $\mathcal{H}$-nak pontosan n páros és n páratlan eleme van, ebben az esetben legfeljebb $n+\frac{n}{2}$ lehet a $\mathcal{H}$-ba eső többszörösök száma. Ez a korlát el is érhető: legyen $\mathcal{H}=\{n+1, n+2, \ldots, 3n\}$, ekkor $(n+1)$-től $2n$-ig mindegyik szám osztható az $n+1$, $n+2, \ldots, 2n$ számok közül valamelyikkel, mégpedig saját magával. A többiek közül pedig az $\frac{n}{2}$ darab páros szám: $2n+2=2(n+1)$, $2n+4=2(n+2), \ldots, 3n=2\big(\frac{3n}{2}\big)$ osztható rendre $n+1$-gyel, $n+2$-vel, $\ldots$, $n+\frac{n}{2}$-vel.

2. eset: n páratlan. Az előző esethez hasonlóan, most $\big(\frac{n+1}{2}$ páros és$\big)$ $\frac{n-1}{2}$ páratlan szám van az $n+1$, $n+2$, $\ldots$, $2n$ számok között. Így a $\mathcal{H}$-ba eső páratlan többszöröseik száma $\frac{n-1}{2}$, ezért a $\mathcal{H}$-ban található többszörösök száma legfeljebb n (a $\mathcal{H}$ páros elemeinek a száma) $+\frac{n-1}{2}$. Az $n+\frac{n-1}{2}$ korlát elérhető, ha például (ismét) a $\mathcal{H}=\{n+1, n+2, \ldots, 3n\}$ választással élünk. Ekkor ugyanis az $n+1$, $n+2$, $\ldots$, $2n$ számok saját magukkal, az $\frac{n-1}{2}$ darab páros szám pedig: $2n+2=2(n+1)$, $2n+4=2(n+2), \ldots, 3n-1=2\big(\frac{3n-1}{2}\big)=2\big(n+\frac{n-1}{2}\big)$ saját magának a felével osztható.

Tehát $2n$ egymást követő egész szám között legfeljebb $n+\big[\frac{n}{2}\big]$ olyan lehet, amely osztható az $n+1$, $n+2, \ldots, 2n$ számok valamelyikével.

Nyárfádi Patrik (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 9. évf.)