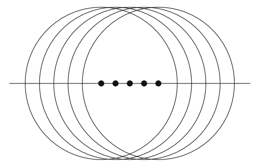
Egy egységsugarú kört toljunk el ugyanabban az irányban négyszer, 0,0002 távolságra.



Az így kapott öt darab egységkör középpontjai egy 0,0008 hosszúságú szakaszon helyezkednek el; ezért közülük bármely kettőnek két közös pontja van, és semelyik háromnak nincs közös pontja. Az utóbbi tulajdonság igazolásához tegyük fel, hogy valamelyik három körnek Q közös pontja. A Q középpontú, egységnyi sugarú körvonalon ekkor mindhárom kör középpontja rajta lenne, ami lehetetlen, hiszen az öt kör középpontjai kollineárisak.

Színezzük ezután az öt középpontot pirosra, a metszéspontokat pedig kékre. Bármelyik két körhöz két kék (metszés)pont tartozik, amelyek a két kört egyértelműen meghatározzák, így a kék pontok száma $2 \cdot \binom{5}{2} = 20$. A feladat feltételeit így kielégíti az a 20 darab egységsugarú kör, amelyek középpontjai a kék pontok. Tehát a kék pontok száma lehet 20.

Megmutatjuk, hogy 20-nál több viszont nem lehet. Több, mint 20 kék ponttal ugyanis legfeljebb 4 piros pont lehetne. Ekkor viszont csak az lehet kék pont, ami a piros pontok köré rajzolt egység sugarú körök metszéspontjában van, hiszen különben nem lehetne legalább két pirostól egységnyi távolságra. Azonban a négy körnek legfeljebb $2 \cdot \binom{4}{2} = 12$ metszéspontja lehet (bármely kettőnek legfeljebb kettő). Tehát legfeljebb 4 piros pontnál legfeljebb 12 kék pont lehet, ami nyilván ellentmondás.

Ezzel készen vagyunk: beláttuk, hogy 20 kék pontnál több nem lehet, és mutattunk példát 20-ra.

Hegedűs Dániel (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 10. évf.)