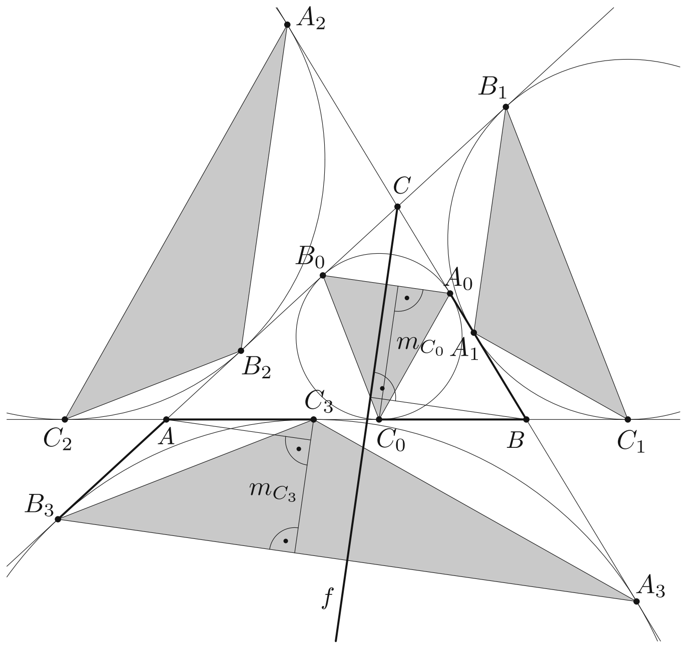
Először belátjuk, hogy az $A_0B_0C_0$ háromszögben a C_0-ból induló m_{C_0}, és az $A_3B_3C_3$ háromszögben a C_3-ból induló m_{C_3} magasságok megegyeznek. Ennek igazolásához tekintsük az *ábrát.*



Mivel a külső pontból körhöz húzott érintők hossza megegyezik, ezért $CA_0 = CB_0$, illetve $CA_3 = CB_3$. Természetesen ebből az is adódik, hogy A_0B_0 és A_3B_3 párhuzamos szakaszok, amelyek közös szakaszfelező merőlegese éppen a C-beli belső szögfelező, jelöljük ezt f-fel.

Az m_{C_0} és m_{C_3} magasságok éppen az f-re vett vetületekkel adhatók meg, ezért jelölje tetszőleges x szakasz f-re vonatkozó merőleges vetületét x^f. Az ábráról leolvasható, hogy $m_{C_0} = (C_0B)^f + (BA_0)^f$, illetve $m_{C_3} = (C_3A)^f + (AB_3)^f$.

Jól ismert, hogy

$$AB_3 = AC_3 = BC_0 = BA_0 = s - b,$$

ahol s az ABC háromszög kerületének fele. Ebből egyrészt nyilvánvalóan $(C_3A)^f = (C_0B)^f$, mivel C_3A és C_0B közös egyenesre illeszkedő, egyenlő hosszú szakaszok. Másrészt $(AB_3)^f = (BA_0)^f$ is következik, mivel ez a két szakasz is egyenlő hosszú, és AB_3 f-re vonatkozó tükörképe illeszkedik a BA_0 egyenesre. Ezzel az $m_{C_0} = m_{C_3}$ egyenlőséget beláttuk. Hasonlóan igazolhatók az $m_{B_0} = m_{B_2}$ és $m_{A_0} = m_{A_1}$ összefüggések is (értelemszerű jelölésekkel).

Felhasználva a bizonyított $m_{C_0} = m_{C_3}$ összefüggést, továbbá a párhuzamos szelőszakaszok tételét kapjuk, hogy

$$\frac{T_0}{T_3} = \frac{B_0A_0}{B_3A_3} = \frac{CB_0}{CB_3} = \frac{s-c}{s},$$

s hasonlóan

$$\frac{T_0}{T_2} = \frac{s-b}{s} \quad \text{és} \quad \frac{T_0}{T_1} = \frac{s-a}{s}.$$

Ezeket összegezve

$$\frac{T_0}{T_1} + \frac{T_0}{T_2} + \frac{T_0}{T_3} = \frac{s-a}{s} + \frac{s-b}{s} + \frac{s-c}{s} = \frac{3s-2s}{s} = 1,$$

ami a bizonyítandóval ekvivalens.

Nagy Nándor (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.)