

a) Legyen  $d$  a lemez teteje és a kondenzátor felső része közötti távolság (esetünkben  $d = \frac{3}{4}d_0 = 3$  cm), a lemez területe pedig  $A$ . A kialakuló elektromos tér olyan, mint amilyen egy  $U_0$  feszültséggel feltöltött,

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

kapacitású kondenzátor belsejében lenne. A kondenzátor felső lemezére  $Q = CU_0$  töltés kerül, az alumíniumlemez felső oldalára pedig  $-Q$ . (A lemez belsejében nincs elektromos tér, a kondenzátor alsó lemeze pedig töltetlen.)

Az így kialakuló „új kondenzátor” belsejében  $E = U_0/d$  nagyságú, homogénnek tekinthető elektromos tér lesz, ami

$$F = \frac{1}{2}EQ = \frac{CU_0^2}{2d} = \frac{8}{9} \frac{AU_0^2\varepsilon_0}{d_0^2}$$

erőt fejt ki az alumíniumlemezre. Ha ez az erő nagyobb, mint a lemez

$$G = mg = \rho g A(d_0 - d) = \frac{1}{4} \rho g A d_0$$

súlya, akkor a lemez felemelkedik. ( $\rho = 2700$  kg/m<sup>3</sup> az alumínium sűrűsége.) Ez akkor következik be, ha

$$U_0 > \sqrt{\frac{9}{32} \frac{\rho g d_0^3}{\varepsilon_0}} \approx 232 \text{ kV.}$$

b) Legyen most a tápfeszültség  $U$ , a lemez vastagsága pedig  $x d_0$ . A lemez felemelkedésének feltétele:

$$F = \frac{AU^2\varepsilon_0}{2d_0^2(1-x)^2} > \rho g A x d_0 = G,$$

vagyis adott  $U$  esetén akkor emelkedik fel a lemez, ha a vastagságát jellemző  $x$  számra érvényes, hogy

$$\frac{\varepsilon_0 U^2}{2\rho g d_0^3} > x(1-x)^2.$$

c) A b) részben kapott egyenlőtlenséget a feszültségre rendezve:

$$U > \sqrt{x(1-x)^2} \cdot \sqrt{2 \frac{\rho g d_0^3}{\varepsilon_0}} \approx \sqrt{x(1-x)^2} \cdot 620 \text{ kV.}$$

Az  $f(x) = \sqrt{x(1-x)^2}$  függvénynek  $x^* = \frac{1}{3}$ -nál helyi maximuma van, és a legnagyobb függvényérték a fizikailag értelmes  $0 < x < 1$  tartományban

$$f_{\max} = f(x^*) = \sqrt{\frac{4}{27}} \approx 0,385.$$

(Ezt differenciálszámítással, grafikus ábrázolással, algebrai átalakítással, esetleg a <https://www.wolframalpha.com/> vagy a geogebra program segítségével láthatjuk be.)

Ezek szerint ha az  $U$  feszültség nagyobb, mint

$$U^* = f_{\max} \cdot 620 \text{ kV} \approx 240 \text{ kV,}$$

akkor az alumíniumlemez a vastagságától függetlenül biztosan felemelkedik.

*Bonifert Balázs* (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 10. évf.)  
dolgozata alapján