I. megoldás. A feladat szövege alapján mivel a cső tele van jéggel, az edény alját melegítjük és az edény fala hőszigetelő, ezért csak a jég legalja fog elolvadni. Tételezzük fel, hogy a jég olyan szorosan tölti ki a csövet, hogy az olvadás során létrejövő víz nem tud behatolni a jég és a cső fala közé, de a „jégdugó” el tud mozdulni a csúszós falú csőben úgy, hogy a jég alja mindig a víz felszínét éri. Ilyen körülmények között a jéghenger tetejének lefelé mozgása kizárólag abból fog adódni, hogy a víz sűrűsége nagyobb, mint a jég sűrűsége.

A jég olvadáshője $L = 335\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, ezért a másodpercenkénti

$$Q = P \cdot t = 335\ \text{W} \cdot 1\ \text{s} = 335\ \text{J}$$

hő által elolvasztott jég tömege

$$m = \frac{Q}{L} = \frac{335\ \text{J}}{335\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 0{,}001\ \text{kg} = 1{,}0\ \text{g}.$$

A 0 °C-os jég sűrűsége $920\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0{,}92\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Ezek szerint a jég térfogata másodpercenként

$$V_{\text{jég}} = \frac{1\ \text{g}}{0{,}92\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 1{,}087\ \text{cm}^3$$

értékkel *csökken,* a keletkezett $1{,}00\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ sűrűségű víz térfogata pedig $V_{\text{víz}} = 1\ \text{cm}^3$ értékkel *növekszik.* A csőben lévő jég és víz össztérfogatának csökkenése

$$\Delta V = V_{\text{jég}} - V_{\text{víz}} = 0{,}087\ \text{cm}^3.$$

A kör keresztmetszetű cső belső átmérője 20 cm, tehát a keresztmetszet területe

$$A = (10\ \text{cm})^2 \cdot \pi = 314\ \text{cm}^2.$$

Így a jéghenger tetejének másodpercenkénti süllyedése

$$\Delta s = \frac{\Delta V}{A} = \frac{0{,}087\ \text{cm}^3}{314\ \text{cm}^2} = 2{,}77 \cdot 10^{-4}\ \text{cm},$$

vagyis a süllyedés sebessége

$$v = 2{,}77 \cdot 10^{-4}\ \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0{,}017\ \frac{\text{cm}}{\text{min}} \approx 1{,}0\ \frac{\text{cm}}{\text{h}}.$$

Jánosik Áron (Győr, Révai M. Gimn. 11. évf.)
dolgozata alapján

II. megoldás. Tételezzük fel, hogy a jég olvadása közben a keletkező víz behatol a cső és a jég közé, és amikor a víz elég magasra ér, a maradék jég úszni fog a vízben. (Mivel a cső tele van jéggel, a felkúszó víz térfogata igen kicsi, tehát az úszás feltétele nagyon hamar teljesül.) Ettől kezdve a vízszint magassága nem változik, hiszen a jég és a víz össztömege állandó, emiatt a cső aljánál fellépő erő sem változhat. Ez az erő a nyomással, az pedig a víz magasságával arányos.

A jéghenger tetejének süllyedési sebessége a vízszint feletti jégdarab térfogatának csökkenéséből számítható ki. A kalorimetrikus egyenletből következik, hogy másodpercenként 1 g jég olvad meg (lásd az I. megoldást), ez a $314\ \text{cm}^2$ keresztmetszetű cső 0,00347 cm magas darabjának felel meg. A víz feletti jégdarab térfogata a jég teljes térfogatának mintegy 8%-a, ennek magassága tehát másodpercenként $0{,}00347 \cdot 0{,}08 = 2{,}77 \cdot 10^{-4}$ centiméterrel csökken.

A jéghenger tetejének süllyedési sebessége:

$$v = 2{,}77 \cdot 10^{-4}\ \frac{\text{cm}}{\text{s}} \approx 1\ \frac{\text{cm}}{\text{óra}}.$$

Markó Gábor (Győr, Révai M. Gimn. 11. évf.)
dolgozata felhasználásával

Megjegyzés. Az I. és a II. megoldás eredménye megegyezik, jóllehet különböző feltételezéssel éltek: az egyik esetben a jéghenger „ült” egy egyre magasabbá váló vízhengeren, a másikban pedig „úszott” a változatlan magasságú vízben. Könnyen belátható, hogy az eredmények egyezése nem véletlen.

Képzeljük el, hogy a jéghenger aljánál egy jól záró tömítés akadályozza meg a víz felkúszását, tehát a folyamat az I. megoldásban leírtak szerint megy végbe. Valamennyi idő, pl. 1 óra alatt a jéghenger teteje 1 cm-t mozdul el lefelé. Ha ekkor a tömítés elromlik, és a víz be tud hatolni a cső fala és a jég közé, a II. megoldásban leírt eset valósul meg. Mivel a jég majdnem teljesen kitölti a cső keresztmetszetét, a behatoló víz térfogata elhanyagolhatóan kicsi, emiatt a jéghenger teteje ugyanolyan magasan marad. A süllyedés sebessége tehát a II. esetben is 1 cm óránként.

(G. P.)