

A futó ugyanakkora valószínűséggel lép balra felfelé, mint jobbra felfelé, ha mindkét irányba léphet egy mezőről. Vannak azonban olyan mezők, ahonnan csak az egyik irányba mehet.

Nézzük először a sötét futót. Annak a valószínűsége, hogy a bal alsó mezőn járt, 1, hiszen onnan indul. Innen csak egy irányban haladhat tovább: a 2. sor 2. mezőjére, ezért annak a valószínűsége is 1, hogy a 2. sor 2. mezőjén járt:

$$p_{(1,1)} = p_{(2,2)} = 1.$$

Innen két irányba mehet, mindkettőbe  $\frac{1}{2}$  valószínűséggel:

$$p_{(3,1)} = p_{(3,3)} = \frac{1}{2}.$$

A 3. sor 1. mezőjéről biztosan a 4. sor 2. mezőjére megy, ahová még ezen kívül a 3. sor 3. mezőjéről is léphet. Ezért ennek a valószínűsége

$$p_{(4,2)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4},$$

a 4. sor 4. helyének pedig

$$p_{(4,4)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Hasonlóan számolható a többi valószínűség is:

$$p_{(5,1)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8},$$

$$p_{(5,5)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8};$$

$$p_{(6,4)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{16},$$

$$p_{(7,1)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{16} = \frac{10}{32},$$

$$p_{(7,5)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{16} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{16} = \frac{6}{32},$$

$$p_{(8,2)} = \frac{10}{32} + \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{32} = \frac{35}{64},$$

$$p_{(8,6)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{32} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{32} = \frac{7}{64},$$

$$p_{(5,3)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{4}{8},$$

$$p_{(6,2)} = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{8} = \frac{10}{16},$$

$$p_{(6,6)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{16};$$

$$p_{(7,3)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{16} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{16} = \frac{15}{32},$$

$$p_{(7,7)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{32};$$

$$p_{(8,4)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{32} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{32} = \frac{21}{64},$$

$$p_{(8,8)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{32} = \frac{1}{64}.$$

Látható, hogy minden sorban a sötét mezőkre lépés valószínűségének összege 1.

Szimmetria miatt a világos futó utolsó sorba eső valószínűségeit könnyű megadni.

Ha a sötét futó a 8. mezőn van, akkor a világos bárhol lehet, mindig tőle balra lesz. Ennek a valószínűsége

$$\frac{1}{64} \cdot 1 = \frac{1}{64}.$$

Ha a sötét futó a 6. mezőn van, akkor a világos az 1., 3., vagy 5. mezőn lehet, így ennek a valószínűsége

$$\frac{7}{64} \cdot \left( \frac{1}{64} + \frac{7}{64} + \frac{21}{64} \right) = \frac{203}{64^2}.$$

Ha a sötét futó a 4. mezőn van, akkor a világos az 1., vagy a 3. mezőn lehet, így ennek a valószínűsége

$$\frac{21}{64} \cdot \left( \frac{7}{64} + \frac{1}{64} \right) = \frac{168}{64^2}.$$

	1	2	3	4	5	6	7	8
8	$\frac{1}{64}$	$\frac{35}{64}$	$\frac{7}{64}$	$\frac{21}{64}$	$\frac{21}{64}$	$\frac{7}{64}$	$\frac{35}{64}$	$\frac{1}{64}$
7	$\frac{10}{32}$		$\frac{15}{32}$		$\frac{6}{32}$		$\frac{1}{32}$	
6		$\frac{10}{16}$		$\frac{5}{16}$		$\frac{1}{16}$		
5	$\frac{3}{8}$		$\frac{4}{8}$		$\frac{1}{8}$			
4		$\frac{3}{4}$		$\frac{1}{4}$				
3	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$					
2		1						
1	1							

Végül, ha a sötét futó a 2. mezőn van, akkor a világos csak az 1. mezőn lehet, ennek a valószínűsége pedig  $\frac{35}{64} \cdot \frac{1}{64} = \frac{35}{64^2}$ .

Tehát

$$\frac{1}{64} + \frac{203}{64^2} + \frac{168}{64^2} + \frac{35}{64^2} = \frac{470}{64^2} \approx 0,115$$

annak a valószínűsége, hogy a sötét futó a világostól jobbra érkezik.

*Ajtai Boglárka* (Miskolc, Földes Ferenc Gimn., 11. évf.)

*Megjegyzés.* Nagyon sokan kiszámították, hogy az egyes futók hány különböző útvonalon juthatnak el a sakktábla legfelső sorának egyes mezőire, majd ezt osztották az összes lehetséges eljutás útvonalainak számával, és így jutottak az egyes mezőkre vett eljutási valószínűségekhez. Azonban a feladat szövege szerint a futók nem az útvonalak közül választhattak véletlenszerűen, hanem minden egyes lépésben aközött, hogy jobbra fel vagy balra fel lépjenek (amennyiben ez nem jelentette a sakktábláról való lelépésüket). A sakktábla szélén csak egyféle lépés volt lehetséges 1 valószínűséggel, ami azt eredményezte, hogy az egyes útvonalak nem azonos valószínűséggel következtek be. Így ez a megoldás hibás.