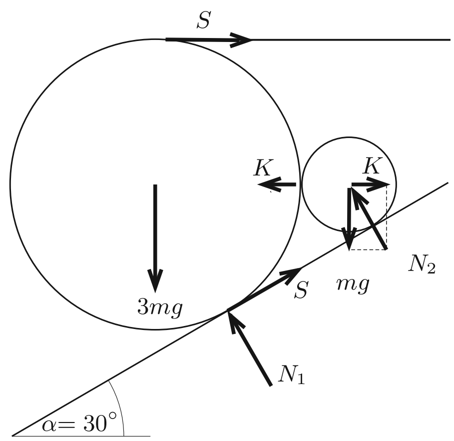
A geometriai adatokból következik, hogy a hengerek tengelye ugyanolyan magasságban van. Mindkét test nyugalomban van, tehát a rájuk ható erők eredője és ezen erők eredő forgatónyomatéka a két hengerre külön-külön nulla. A vektorok összege akkor lehet nulla, ha a vízszintes és a függőleges vektorkomponensek előjeles összege külön-külön nulla.

Mielőtt felírnánk ezeket az összefüggéseket, a következő megállapításokat tehetjük:

– A két henger között ható erő vízszintes (az érintősíkjukra merőleges), hiszen a hengerek közötti súrlódás elhanyagolható.

– A kis henger és a lejtő között nem hat súrlódási erő, még akkor sem, ha a felületük nem csúszós. Ha ugyanis fellépne ilyen erő, akkor annak lenne forgatónyomatéka a kis henger szimmetriatengelyére, míg a másik két erő (a nehézségi erő és a nagy henger által kifejtett erő) hatásvonala átmegy a szimmetriatengelyen, tehát a forgatónyomatékuk nulla.

– A nagy hengerre ható erők közül csak a lejtő által kifejtett (a lejtő esésvonalával párhuzamos) súrlódási erőnek és a kötél által kifejtett (vízszintes irányú) kényszererőnek van (a henger szmmetriatengelyére vonatkoztatott) forgatónyomatéka. Mivel az erőkarok egyenlő (R) hosszúságúak, a két erő nagysága is ugyanakkora.



Vegyük fel a hengerekre ható erőket – a fentiek figyelembevételével – az *ábrán* látható módon!

A kis hengerre ható három erő zárt vektorháromszöget alkot, emiatt

$$K = mg\,\mathrm{tg}\,30^\circ = \frac{mg}{\sqrt{3}}. \tag{1}$$

A nagy hengerre ható vízszintes erőkomponensek egyensúlyából

$$S(1+\cos 30^\circ) - K - N_1 \sin 30^\circ = 0,$$

vagyis (1)-et is felhasználva

$$S\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{1}{2}N_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}mg. \tag{2}$$

Végül a függőleges erők egyensúlyának feltétele:

$$\frac{1}{2}S + \frac{\sqrt{3}}{2}N_1 = 3mg. \tag{3}$$

A (2) és (3) egyenletrendszer megoldása:

$$N_1 = \left(4 - \frac{2}{\sqrt{3}}\right)mg \approx 2{,}85\,mg, \qquad S = \frac{4}{2+\sqrt{3}}mg \approx 1{,}07\,mg.$$

(Látható, hogy a nagy henger valóban nem emelkedik fel a lejtőről, hiszen $N_1 > 0$.)

A nagy henger nem csúszik meg a lejtőn, ha $S \le \mu N_1$, vagyis a tapadó súrlódási együttható

$$\mu \ge \frac{S}{N_1} = \frac{4\sqrt{3}}{\left(2+\sqrt{3}\right)\left(4\sqrt{3}-2\right)} = \frac{18-8\sqrt{3}}{11} \approx 0{,}38.$$

Horváth Ádám (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn., 10. évf.) és
Jánosik Áron (Győr, Révai Miklós Gimn., 11. évf.)
dolgozata alapján