Nem igaz az állítás.

Fel fogjuk használni azt a könnyen belátható állítást, miszerint ha egy x valós szám felírható $q_1+q_2\sqrt{2}$, vagy $q_1\sqrt{2}+q_2\sqrt{3}$, vagy $q_1\sqrt{3}+q_2$ alakban, ahol $q_1,q_2\in\mathbb{Q}$ ($\mathbb{Q}$ a racionális számok halmazát jelöli), akkor ez a felírás egyértelmű. Például, ha $q_1\sqrt{2}+q_2\sqrt{3}=r_1\sqrt{2}+r_2\sqrt{3}$ (ahol $q_i,r_j\in\mathbb{Q}$), akkor $(q_1-r_1)\sqrt{2}=(r_2-q_2)\sqrt{3}$. Itt q_1-r_1 pontosan akkor nulla, ha r_2-q_2 az. Ha $r_2-q_2\neq 0$, akkor $\dfrac{q_1-r_1}{r_2-q_2}=\sqrt{\dfrac{3}{2}}$, ami ellentmondás.

A valós számok tetszőleges H részhalmazára jelölje $C(H)$ a következő függvényt:

$$C(H)(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{7}, & \text{ha } x\in H;\\ 0, & \text{egyébként.}\end{cases}$$

Az α valós számra legyen

$$H\alpha=\{h\alpha\mid h\in H\},$$

továbbá a H_1 és H_2 halmazok összegét jelölje

$$H_1+H_2=\bigl\{h_1+h_2\mid h_j\in H_j\ (j=1,2)\bigr\}.$$

Legyen ezután

$$f=C\bigl(\mathbb{Q}+\mathbb{Q}\sqrt{2}\bigr)+C\bigl(\mathbb{Q}\sqrt{2}+\mathbb{Q}\sqrt{3}\bigr)$$

és

$$g=3C\bigl(\mathbb{Q}\sqrt{3}+\mathbb{Q}\bigr)-C\bigl(\mathbb{Q}+\mathbb{Q}\sqrt{2}\bigr)+\frac{2}{7}.$$

Ekkor

$$h=f+g=C\bigl(\mathbb{Q}\sqrt{2}+\mathbb{Q}\sqrt{3}\bigr)+3C\bigl(\mathbb{Q}\sqrt{3}+\mathbb{Q}\bigr)+\frac{2}{7}.$$

Könnyen látható, hogy minden $q\sqrt{2}$ ($q\in\mathbb{Q}\setminus\{0\}$) periódusa f-nek. Továbbá f pontosan a $\mathbb{Q}\sqrt{2}$ halmaz elemeinél (a két halmaz metszetén) vesz fel $\dfrac{2}{7}$ függvényértéket, azaz minden p periódusra és $q\in\mathbb{Q}$ számra mivel $f\bigl(q\sqrt{2}+p\bigr)=f\bigl(q\sqrt{2}\bigr)=\dfrac{2}{7}$, így $q\sqrt{2}+p$-nek szintén $q'\sqrt{2}$ ($q'\in\mathbb{Q}$) alakúnak kell lennie, azaz szükségszerűen p is ilyen alakú. Vagyis f periódusainak halmaza $\mathbb{Q}\sqrt{2}\setminus\{0\}$.

Hasonlóan látható g-nél – a $\dfrac{4}{7}$ függvényérték vizsgálatából –, hogy g periódusainak halmaza $\mathbb{Q}\setminus\{0\}$, h-nál pedig a $\dfrac{6}{7}$ függvényértékéből, hogy h periódusainak halmaza $\mathbb{Q}\sqrt{3}\setminus\{0\}$.

Tehát f, g és h periodikus, ám f-nek és g-nek nincsen közös periódusa.

Pituk Gábor (Veszprém, Lovassy László Gimn., 11. évf.)