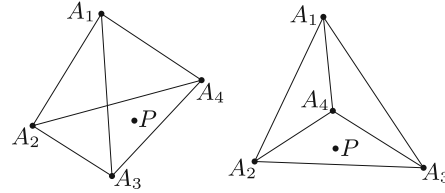


Jelölje  $h^{A_i}$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ) azon háromszögek számát, amelyeknek minden csúcsa az  $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\} \setminus \{A_i\}$  pontok valamelyike, és tartalmazzák  $P$ -t. Így minden  $P$ -t tartalmazó háromszöget pontosan kétféle  $h^{A_i}$ -ben számolunk meg, pl. ha  $P \in A_1A_2A_3\Delta$ , akkor az  $A_1A_2A_3\Delta$ -et megszámoltunk  $h^{A_4}$  és  $h^{A_5}$  kiszámítása közben. Következésképpen  $k_3 = (h^{A_1} + \dots + h^{A_5})/2$ .

Most tegyük fel, hogy  $P$  benne van az  $A_1, A_2, A_3, A_4$  pontok konvex burkában. A négy általános helyzetű pont konvex burka lehet négyszög vagy háromszög. Mindkét esetben könnyen láthatjuk, hogy a  $P$  pont pontosan két olyan háromszögben van benne, amelynek csúcsai  $A_1, A_2, A_3, A_4$  közül valók.



Az ábrán látható első esetben pontosan az  $A_1A_3A_4\Delta$  és az  $A_2A_3A_4\Delta$  tartalmazza  $P$ -t, a második esetben pedig pontosan az  $A_1A_2A_3\Delta$  és az  $A_2A_3A_4\Delta$ . Világos, hogy  $P$ -t a létező tartományok másikába helyezve is mindig pontosan két háromszög fogja tartalmazni. Kaptuk, hogy  $h^{A_5} = 2$ , ha  $P$  benne van az  $A_1, A_2, A_3, A_4$  pontok konvex burkában; és nyilvánvalóan  $h^{A_5} = 0$ , ha  $P$  nincs benne az  $A_1, A_2, A_3, A_4$  pontok konvex burkában.

Az érvelésben  $A_5$  szerepe lényegtelen, azaz általában is igaz, hogy  $h^{A_j}$  értéke 2, ha  $P$  az  $A_j$  elhagyása után megmaradt négy pont konvex burkába esik, egyébként pedig 0. Eszerint a  $h^{A_1} + \dots + h^{A_5}$  összeg pontosan a kétszerese azon pontnégyesek számának, amelyek konvex burka tartalmazza  $P$ -t, azaz  $h^{A_1} + \dots + h^{A_5} = 2k_4$ .

Így  $k_3 = (h^{A_1} + \dots + h^{A_5})/2 = k_4$ , amivel az állítást beláttuk.