

Tekintsük külön-külön a páros (2, 4, 6, 8, 10) és páratlan (1, 3, 5, 7, 9) számokat.

Ha mindkét részhalmazra megadjuk a tyű-de-jó rész-részalmazok számát (ami egyébként megegyezik), akkor a két szám szorzata lesz a válasz, hiszen ha két szám különbsége 2, akkor vagy mindkettő páros, vagy mindkettő páratlan (azaz egy páros tyű-de-jó rész-részalmazhoz bármilyen páratlan tyű-de-jó rész-részalmazt tehetünk, a tyű-de-jó tulajdonság továbbra is megmarad).

Nézzük csak a páratlan számokat.

Először legyen a teljes halmaz az $\{1\}$. Ennek 2 részhalmaza van, egyikben benne van az 1, a másikban nincs.

Most legyen a teljes halmaz az $\{1, 3\}$. Az $\{1\}$ részhalmazai közül a 3-at ahhoz tehetjük csak hozzá, amiben nincsen benne az 1. Ebből 1 darab van. De ennél a részhalmaznál az is lehet, hogy nem tesszük hozzá a 3-at. Szintén 1 olyan részhalmaz van, amiben benne van az 1, ehhez nem tehetjük hozzá a 3-at. Azaz 2 (1 + 1, azaz az $\{1\}$ részhalmazainak száma) olyan részhalmaz van, amihez nem tettük hozzá a 3-at, és 1 olyan van, amihez hozzátettük (amiben az 1 nem volt). Ezt a logikát folytatva láthatjuk, hogy a halmazt újabb páratlan számmal bővítve a tyű-de-jó részhalmazok száma a Fibonacci számok szerint növekszik. Pl. a következő páratlan számra, az 5-re: ha az $\{1, 3, 5\}$ esetében az 5 szerepel, akkor nem szerepelhet a 3, csak a kisebbek, jelen esetben az 1. Ha az 5 nincs a kiválasztott rész-részalmazban, akkor a 3-ra kapott 3 esetet kapjuk. Azaz az $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ halmaz tyű-de-jó részhalmazainak száma a 3 utáni harmadik Fibonacci szám, a 13.

Szintén 13 darab tyű-de-jó részhalmaza van a $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ halmaznak. Tehát az 1, 2, 3, ..., 10 halmaznak $13 \cdot 13 = 169$ tyű-de-jó részhalmaza van.

Sebestyén Pál Botond (Budapest, Baár-Madas Református Gimn., 8. évf.)
dolgozata alapján

Megjegyzés: Néhány versenyző azt is megmutatta, hogy ha a_n jelöli az $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ halmaz tyű-de-jó részhalmazainak számát, akkor

$$a_n = a_{n-2} + a_{n-3} + a_{n-4}.$$