

Alakítsuk át az 5-tel oszthatóság szempontjai alapján azonosan az $5x^2 - 4y^2 = 2017$ diofantikus egyenletet: $5(x^2 - y^2) + y^2 = 5 \cdot 403 + 2$. A bal oldalon az 5-tel való osztás maradékát az y^2 maradéka adja, míg a jobb oldal ötös maradéka 2. Vizsgáljuk meg a négyzetszámok lehetséges ötös maradékait. Egy egész szám négyzetének ötös maradékát az ötös maradék négyzete határozza meg, mivel $(5a + b)^2 = 25a^2 + 10ab + b^2$ alapján azonnal látható, hogy az első két tag osztható 5-tel. Elegendő tehát az ötös maradékok négyzeteinek maradékait áttekintenünk. Ezek rendre a 0, 1, 2, 3, 4 számok négyzetének ötös maradékai, azaz 0, 1, 4, 4, 1. A bal oldali kifejezés ötös maradéka 0, 1 vagy 4, míg a jobb oldali ötös maradék 2. A két oldal semmilyen egész számokra nem lehet egyenlő egymással, az egyenletnek nincs egész megoldása.

Richlik Róbert (Budapest XIV. Kerületi Szent István Gimn., 11. évf.)
dolgozata alapján