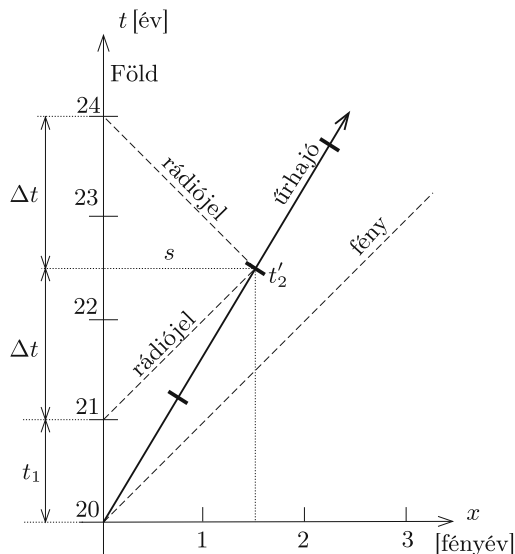


Megoldás. Jelöljük az űrhajó indulásától a születésnapfénykép elkészítéséig a Földön eltelt időt (András „örege-
dését”) t_1 -gyel ($t_1 = 1$ év). Az űrhajón az indulástól a rádiójelek megérkezéséig $t'_2 = 2$ év idő telik el. A „vessző” arra
utal, hogy ez az időtartam a Földtől v sebességgel távolodó űrhajóban, Béla vonatkoztatási rendszerében mérhető.
Ennyi idő alatt Béla 2 évet öregszik. A Föld, az űrhajó és a fényjelek (rádióüzenetek) „mozgását” a Földhöz rögzített
koordináta-rendszerben az *ábrán* látható módon szemléltethetjük.



a) Legyen a fénykép elkészítése és az űrhajóhoz érkezése között eltelt idő András szerint Δt , a vákuumbeli fény-
sebességet (a rádióhullámok terjedési sebességét) pedig jelölje c . Az András által elküldött jelnek meg kell tennie
az űrhajó által az indulásától a rádiójelek megérkezéséig megtett utat:

$$(1) \quad \Delta t \cdot c = (t_1 + \Delta t) \cdot v.$$

Tudjuk továbbá, hogy a relativisztikus *idődilatáció* jelensége miatt az űrhajón tartózkodó Béla által mért időtartam
a Földön maradt András szerint a következő kapcsolatban áll az űrhajó indulása és a rádiójelek megérkezése között
eltelt idővel:

$$(2) \quad t'_2 = (\Delta t + t_1) \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Az (1) egyenletből kifejezhetjük Δt -t, és azt (2)-be helyettesíthetjük:

$$(3) \quad \Delta t = t_1 \frac{v}{c - v},$$

$$t'_2 = t_1 \left(1 + \frac{v}{c - v} \right) \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = t_1 \sqrt{\frac{c + v}{c - v}},$$

ahonnan az űrhajó sebességére

$$v = \frac{t_2'^2 - t_1^2}{t_2'^2 + t_1^2} c = \frac{4 - 1}{4 + 1} c = \frac{3}{5} c = 1,8 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

adódik.

b) A v sebességet (3)-ba helyettesítve

$$\Delta t = \frac{3}{2} ct_1 = 1,5 \text{ év},$$

a keresett távolságra pedig az $s = c\Delta t = 1,5$ fényév $\approx 1,42 \cdot 10^{16}$ m eredményt kapjuk.

c) Mivel a Béla által visszafelé küldött rádióhullámok a speciális relativitáselmélet alapján c sebességgel teszik meg
az András által mért s távolságot, így András szerint 1,5 év telik el a fénykép megérkezéséig. Tehát András életkora
20 év + 1,0 év + 1,5 év + 1,5 év = 24 év lesz, amikor a Földön megkapja Béla fényképét.

Pszota Máté (Révkomárom, Selye János Gimn., 12. évf.)
dolgozata alapján