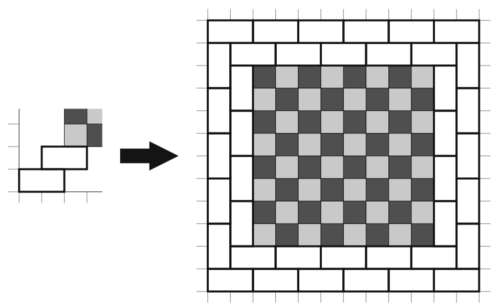
Először teljes indukcióval azt igazoljuk, hogy egy $2 \times n$-es téglalapot 1×2-es dominókkal F_{n+1}-féleképpen lehet lefedni, ahol F_{n+1} a Fibonacci-sorozat $(n+1)$-edik tagját jelöli ($F_1 = 1,\ F_2 = 1$).

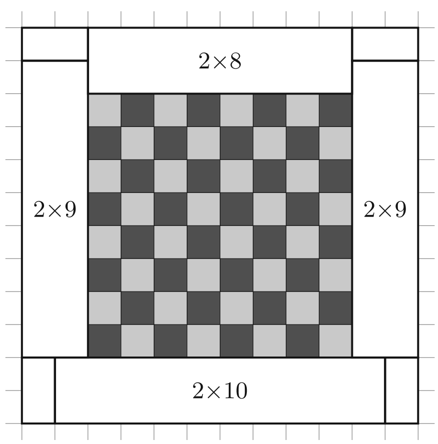
A 2×1-es téglalap egyféleképpen fedhető le ($F_2 = 1$), a 2×2-es pedig kétféleképpen (2 vízszintes, vagy 2 függőleges, $F_3 = 2$). Tegyük fel, hogy az állítás igaz minden $2 \times k$ méretű téglalapra, ahol $k < n$. Tekintsük egy $2 \times n$-es téglalap lehetséges lefedéseit és bontsuk ezeket két csoportra attól függően, hogy a bal alsó sarkuk milyen állású dominóval van lefedve. (Mivel sarokban van, csak kétféleképpen lehet.) Ha függőleges ez a dominó, akkor a megmaradó rész $2 \times (n-1)$-es, amit az indukciós feltevés miatt F_n-féleképpen lehet lefedni. Ha vízszintes, akkor a bal felső sarkot már csak egyféleképpen tudjuk lefedni, egy vízszintes dominóval. Ha ezt a 2 dominót letesszük, a megmaradó rész $2\times(n-2)$-es, amit F_{n-1}-féleképpen lehet lefedni. Ezzel minden esetet megvizsgáltunk, tehát egy $2 \times n$-eset $F_n + F_{n-1} = F_{n+1}$-féleképen lehet lefedni.

Most térjünk át a feladatra. Ha lefedjük egy sarkát, és melléteszünk egy vele párhuzamosat 1-gyel elcsúsztatva (lásd *1. ábra*), akkor a lefedést már csak egyféleképpen fejezhetjük be, mert mindig lesz egy nem lefedett mező, amit az addig lerakottak miatt csak egyféleképpen lehet lefedni (pl: a legalsó sor 3. négyzete).



1. ábra

Ilyen lefedésből összesen 2 van, mivel a sarkot, ahol kezdtük az eljárást függőleges és vízszintes dominóval is le lehet fedni. (Ha a másikat választjuk, akkor a fenti ábra $90°$-os elforgatottját kapjuk, és akármelyik csúcsnál kezdjük, ennek a két lefedésnek a valamelyikét kapjuk.) Vagyis ha ezeket nem nézzük, akkor a lefedésekben nem fordulhat elő olyan, ami az 1. ábra bal oldalán van, azaz a többi esetben miután minden sarkot lefedtünk, a maradék részt felbonthatjuk $2 \times n$-es téglalapokra (*2. ábra*, az ábrán behúzott szakaszokat nem takarhatja dominó).



2. ábra

Így a sakktábla minden oldalához eredetileg egy 2×8-as téglalap tartozik, és a sakktábla mind a négy sarkára lehelyezett 1×2-es dominó ezek közül valamelyiknek az oldalát 1-gyel megnöveli. Így tartozhat 2×8-as, 2×9-es és 2×10-es téglalap egy-egy oldalhoz, de sem két 2×8-as, sem két 2×10-es nem tartozhat szomszédos oldalakhoz. Ezeket a feltételeket figyelembe véve nézzük meg, hogy mekkorák lehetnek az oldalakhoz tartozó téglalapok.

Ha van két 10-es, akkor azok csak egymással szemben lehetnek, a másik kettő pedig 8-as, mert a két 10-es „elhasználta" a sarkok növelését. A 10-es oldalpár kétféleképpen helyezkedhet el.

Ha egy 10-es van, akkor a többi három csak két 9-esből és egy 8-asból állhat (különben nem jönne ki a sarkok által nyújtott 4 növelés). A 10-es oldalt 4-féleképpen, majd a 8-ast 3-féleképpen helyezhetjük le, ez $3 \cdot 4 = 12$ lehetőség.

Ha nincs 10-es, akkor mindegyik 9-es (különben nem lenne meg a sarkok által nyújtott 4 növelés). Ekkor a sarkok $90°$-os forgásszimmetriával rendelkeznek, így ha az egyiket megválasztjuk, az meghatározza a többit. Ebből az esetből tehát 2 van.

Minden sávot külön-külön kell lefedni, vagyis össze kell szorozni az egyes lefedhetőségeket. Tehát az eredeti alakzatot összesen

$$2 + 2 \cdot F_{11} \cdot F_{11} \cdot F_9 \cdot F_9 + 12 \cdot F_{11} \cdot F_{10} \cdot F_{10} \cdot F_9 + 2 \cdot F_{10} \cdot F_{10} \cdot F_{10} \cdot F_{10} =$$
$$= 2 + 2 \cdot 89^2 \cdot 34^2 + 12 \cdot 89 \cdot 55^2 \cdot 34 + 2 \cdot 55^4 = 146\,458\,404$$

különböző módon fedhetjük le.

Szabó Dávid (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.)
dolgozata alapján