I. megoldás. *a*) A labda legjobban benyomódott állapotában

$$A = (5\ \text{cm})^2\pi = 7{,}85 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2$$

területű körlap mentén érintkezik a talajjal. Legyen a labda teljes tömege m, a talajjal érintkező részének tömege m^*. A külső légnyomást jelöljük p_0-lal, a labdában lévő levegő legnagyobb nyomását pedig p_1-gyel (*1. ábra*).

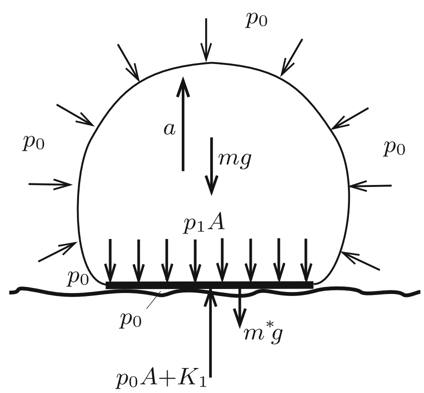
a) A labda benyomódott részére felülről p_1A erő hat, alulról pedig (amennyiben a labda alatt levegő marad) $p_0A + K_1$ erő nyomja felfelé. K_1 a göröngyös talaj által kifejtett kényszererőt jelöli. A labda többi része „simán”, vízszintesen csatlakozik a körlap alakú részhez, így nem fejthet ki arra eredő függőleges erőt.

A körlap az ütközés ideje alatt nem gyorsul, hiszen az bizonyos ideig folyamatosan a talajjal érintkezik, így a mozgásegyenlete:

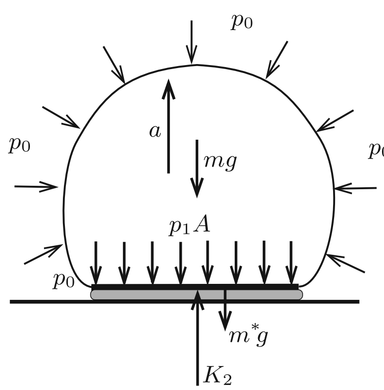
$$m^*g + p_1A = p_0A + K_1, \quad \text{vagyis} \quad K_1 = (p_1 - p_0)A + m^*g.$$

Megjegyzés: Mivel a nyomáskülönbségből származó első tag kb. 78 N, a körlapra ható nehézségi erő pedig biztosan kisebb, mint $mg = 2$ N, jó közelítéssel igaz, hogy

$$K_1 \approx (p_1 - p_0)A.$$



1. ábra



2. ábra

Vizsgáljuk most meg a labda többi részére ható ***külső*** erőket! A légnyomás által kifejtett erő p_0A nagyságú, és függőlegesen lefelé mutat, hiszen a légnyomásból származó erők eredője a teljes labdára nulla, és a talajjal érintkező körlapra a külső levegő p_0A nagyságú, függőlegesen felfelé mutató erőt fejt ki. A labda egészére felírható mozgásegyenlet (a függőlegesen felfelé mutató irányt tekintve pozitívnak):

$$K_1 + p_0A - mg - p_0A = ma,$$

ahonnan K_1 korábban kiszámított értékének behelyettesítése után a tömegközéppont gyorsulása:

$$a = \frac{(p_1 - p_0)A}{m} - \frac{m - m^*}{m}g \approx \frac{(p_1 - p_0)A}{m} - g \approx 380\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

b) Ha a talaj felülete sima és nedves, akkor a labda alatt nem marad levegő, tehát a légnyomásból származó p_0A erő most nem lép fel. Helyette viszont a vízréteg és a talaj fejt ki a labda aljára valamekkora erőt. (A talajon lévő víz a labdán kívül is jelen van, és ott érintkezik a külső levegővel, így a nyomása gyakorlatilag p_0. Ha viszont a labda ténylegesen lezárja az alája szorult vizet, akkor a víz nyomása akár p_1 is lehet.)

A talajjal érintkező labdadarab nem gyorsul, így a mozgásegyenlete:

$$m^*g + p_1A = K_2,$$

ahol K_2 a talaj és a vízhártya által kifejtett eredő erő (*2. ábra*). Az ábrán – az egyszerűség kedvéért – nem jelöltük, hogy a labda alja milyen mértékben érintkezik közvetlenül a talajjal, illetve a vízzel. A labda egészének mozgásegyenlete:

$$K_2 - mg - p_0A = ma,$$

vagyis a tömegközéppont gyorsulása:

$$a = \frac{(p_1 - p_0)A}{m} - \frac{m - m^*}{m}g \approx 380\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

Ez az érték ugyanakkora, mint az *a*) esetben volt a tömegközéppont gyorsulása.

II. megoldás. Használjuk az I. megoldás jelöléseit! A labda lendülete a legjobban benyomódott állapotban és az azt megelőző, illetve követő pillanatokban így írható fel:

$$I^{\text{teljes}}(t) = I^{\text{felső}}(t) + I^{\text{alsó}}(t) \equiv I^{\text{felső}}(t),$$

hiszen az alsó rész az ütközés alatt folyamatosan nyugalomban van, tehát ezalatt a lendülete nulla. (Az „alsó" kifejezés a labdának a talajjal érintkező részére, a „felső" pedig a többi részre utal.)

Newton II. törvényét ilyen alakban is felírhatjuk:

$$ma = \frac{\Delta I^{\text{teljes}}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta I^{\text{felső}}(t)}{\Delta t} = F^{\text{felső}},$$

ahol

$$F^{\text{felső}} = p_1A - p_0A - (m - m^*)g$$

a *felső* részre ható erők (a külső és a belső légnyomásból származó erők és a nehézségi erő) eredője. Az eredő erő képletében szereplő első két tag nagyságát onnan kaphatjuk meg, hogy tudjuk: egy teljes, zárt felületre ható, a légnyomásból származó erők eredője *nulla.* A fenti összefüggés felírásánál kihasználtuk, hogy a hajlékony anyagú labda alsó része nem fejthet ki függőleges irányú erőt a felső részre, mert a két rész vízszintes érintősíkkal, „törésmentesen" csatlakozik egymáshoz.

A fenti egyenletekből a tömegközéppont gyorsulására

$$a = \frac{(p_1 - p_0)A}{m} - \frac{m - m^*}{m}g \approx 380\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

adódik. Ez az eredmény független attól, hogy a labda alsó része és a talaj között milyen a kapcsolat, vagyis hogy a talaj száraz-e vagy nedves, sima-e vagy pedig göröngyös.

(G. P.)