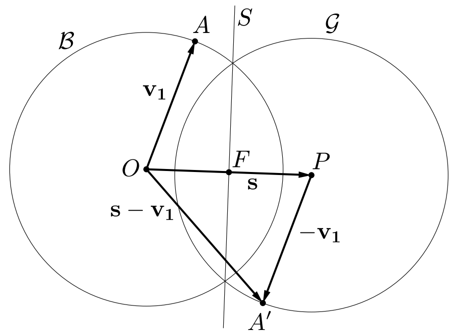
Az adott egységvektorok legyenek $\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_M$, az O origó középpontú egységnyi sugarú gömböt jelölje $\mathcal{B}$. Legyen P az a pont, aminek helyvektora $\mathbf{s} = \mathbf{v}_1 + \ldots + \mathbf{v}_M$; továbbá a P középpontú egységgömböt jelölje $\mathcal{G}$.

Világos, hogy ha a $\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_M$ vektorok közül egyet elhagyunk, akkor a maradék összege az origóból valahova $\mathcal{G}$ felszínére mutat. Ezért ha $\mathcal{G}$ felszíne nem metsz bele $\mathcal{B}$ belsejébe, akkor bármely $M-1$ vektort kiválaszthatjuk, ezek összege „kimutat $\mathcal{B}$-ből”, így legalább egységnyi hosszúságú. A továbbiakban tegyük fel, hogy $\mathcal{G}$ és $\mathcal{B}$ egy körben metszik egymást, amely nyilván illeszkedik az OP szakasz S felezőmerőleges síkjára.



Vetítsük le a $\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_M$ vektorokat az OP egyenesre, és tekintsük a vetületek előjeles hosszát: ha a vetületvektor $\mathbf{s}$-sel egyállású, akkor a hosszát pozitívnak tekintjük, egyébként negatívnak. Mivel a vektorok összege éppen $\mathbf{s}$, azért a vetületek előjeles hosszának összege $|\mathbf{s}|$. Így van olyan vektor, mondjuk $\mathbf{v}_1$, amely vetületének előjeles hossza legfeljebb $|\mathbf{s}|/2$. Ez geometriailag pontosan azt jelenti, hogy $\mathbf{v}_1$ az origóból egy olyan A pontba mutat, amely az S-nek az origót tartalmazó zárt félterébe esik. Messük el a $\mathcal{G}$ és $\mathcal{B}$ gömböket az AOP síkkal, így kapjuk az *ábrát.*

Legyen az A pontnak az OP szakasz F felezőpontjára vett tükörképe A'. Ekkor $\overrightarrow{PA'} = -\mathbf{v}_1$, ezért $\overrightarrow{OA'} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PA'} = \mathbf{s} - \mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2 + \ldots + \mathbf{v}_M$, azaz $M-1$ darab adott vektor összege. A tükrözés miatt az S sík elválasztja az O és A' pontokat (esetleg $A' \in S$), valamint A' illeszkedik $\mathcal{G}$ felszínére, ezért – ahogyan az az ábráról leolvasható – A' nem lehet a $\mathcal{B}$ gömb belsejében. Így $|\overrightarrow{OA'}| \geq 1$, és a bizonyítást befejeztük.

Zsigri Bálint (Budapest, Szent István Gimn., 11. évf.)