Jelölje B_1 azoknak a törpöknek a halmazát, akik a legelső napon (a járvány kitörésekor) betegek. Legyen továbbá B_2 azoknak a halmaza, akiket a B_1-beli törpök (az 1. napon) megfertőznek; nyilván a B_2 és a B_1 halmazok diszjunktak. Jelölje ezután B_3 azon törpök halmazát, akik a 3. napra megbetegednek; ez csak úgy történhet, hogy a 2. napon megfertőződtek B_2-beli barátaiktól (hiszen akkor csak azok voltak betegek). Értelemszerűen a B_3 és a B_2 halmazok diszjunktak; megmutatjuk, hogy ráadásul B_3 a B_1-től is diszjunkt. Ez abból következik, hogy a 2. napon minden B_1-beli törp immunis volt, így akkor nem fertőződhetett meg – tehát nem tartozhat B_3-ba.

Hasonlóan definiáljuk a $B_4,\ B_5,\ \ldots$ halmazokat: minden j-re legyen B_j azoknak a törpöknek a halmaza, akik a j-edik napon betegek. Nyilván a B_j-beliek a B_{j-1}-hez tartozó barátaiktól kapták a fertőzést a $(j-1)$-edik napon. Megmutatjuk, hogy a $B_1,\ B_2,\ B_3,\ B_4,\ \ldots,\ B_j$ halmazok páronként diszjunktak. A $j=1,\ 2,\ 3$ értékekre ez világos; tegyük fel, hogy igaz minden $j<n$-re. Vizsgáljuk ezután B_n státuszát. A B_n-nek és a B_{n-1}-nek nincs közös eleme, hiszen az $(n-1)$-edik napon beteg B_{n-1}-beli törpök az n-edik napon éppen egészségesek (sőt, immunisak), ezért egyikük sem tartozhat B_n-be. Mivel az $(n-1)$-edik napon B_{n-2} elemei immunisak, azért egyikük sem betegedik meg aznap, vagyis az n-edik napon valamennyien egészségesek; tehát B_n és B_{n-2} is diszjunktak.

A B_n-nek a $B_1,\ B_2,\ \ldots,\ B_{n-3}$ halmazokhoz való viszonyát tisztázandó tegyük fel indirekten, hogy valamelyikükhöz nem diszjunkt; legyen $1\le k\le n-3$ olyan érték, amelyre B_n-nek és B_k-nak létezik egy közös T eleme. Jelölje S az egyik olyan elemét B_{n-1}-nek, akitől az $(n-1)$-edik napon T megfertőződött. Az indukciós feltevés szerint S sem B_k-nak, sem pedig B_{k-1}-nek nem eleme, azaz a k-adik napon nem beteg és nem is immunis. Így azonban S-et a k-adik napon megfertőzi beteg barátja T, ezért a $(k+1)$-edik napon S beteg lesz, vagyis $S\in B_{k+1}$. Ebből következik, hogy B_{n-1} és B_{k+1} nem diszjunktak, ami $k+1<n-1<n$ és az indukciós feltevés szerint lehetetlen. Ezzel állításunk n-re is teljesül, tehát j minden értékére igaz.

Ha E-vel jelöljük azoknak a törpöknek a halmazát, akik sosem kapják el a betegséget, akkor az $E,\ B_1,\ B_2,\ \ldots$ – páronként diszjunkt – halmazok egyesítése a 100 lakosból álló teljes Törpfalva. Ha a $B_1,\ B_2,\ \ldots\ B_{100}$ halmazok egyike sem üres, akkor B_{101} már szükségképpen az; ha pedig valamelyikük üres, akkor az utána következő többi is. A 101-edik napon tehát semmiképpen nincs beteg, a járvány véget ér.