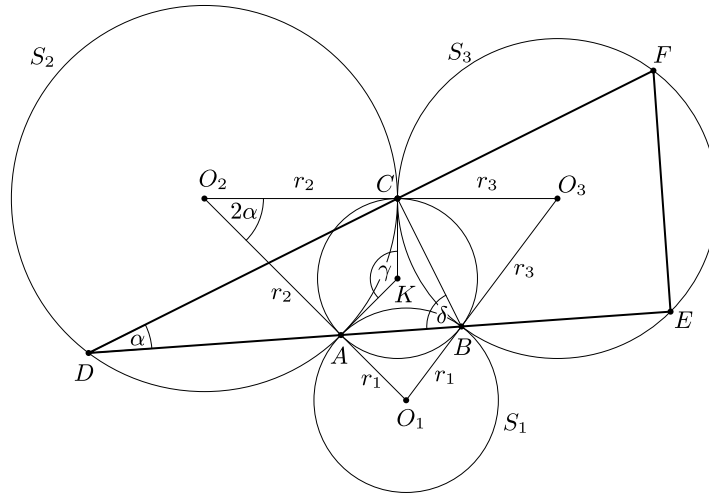


Használjuk az *ábra* jelöléseit.



Az $O_1O_2O_3$ háromszög oldalait az A, B, C pontok úgy osztják fel, mint a háromszög beírt körének érintési pontjai, hiszen $O_1A = O_1B = r_1$, $O_2A = O_2C = r_2$ és $O_3B = O_3C = r_3$. Ezért az ABC háromszög körülírt köre éppen az $O_1O_2O_3$ háromszög beírt köre.

Legyen $\angle ADC = \alpha$. Ekkor a kerületi és középponti szögek tétele miatt az AC ívhez tartozó középponti szög: $\angle AO_2C = 2\alpha$. Mivel K a beírt kör középpontja, O_2A és O_2C pedig érintők, azért $\angle O_2CK = 90^\circ$ és $\angle O_2AK = 90^\circ$, mert az érintők merőlegesek a sugarakra. Ebből adódik, hogy az AO_2CK négyszögben, ami egy derékszögű deltoid, $\angle CKA = \gamma = 180^\circ - 2\alpha$. Ez a szög középponti szög az ABC háromszög körülírt körében, ezért az AC ívhez tartozó kerületi szög:

$$\angle ABC = \delta = \frac{180^\circ - 2\alpha}{2} = 90^\circ - \alpha.$$

A BCD háromszögben $\angle BCD = 180^\circ - \alpha - (90^\circ - \alpha) = 90^\circ$.

A $BCFE$ húrnégyszögben $\angle BCF = 180^\circ - \angle BCD = 90^\circ$, ezért a vele szemben lévő $\angle BEF$ is 90° , vagyis a DEF háromszög derékszögű. Ezt kellett bizonyítani.

Olosz Adél (Pécs, PTE Gyak. Alt. Isk., Gimn., Szakgimn. és Óvoda, 11. évf.) és
Nagy Nándor (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 10. évf.)
 dolgozata alapján