Amikor a kocsi nekiütközik a falnak, a tartályban lévő dugattyú v kezdősebességgel (az ütközés előtti sebességével) mozog tovább. A bal és a jobb oldali térfélben található levegőrészek – a jó hőszigetelelés miatt – adiabatikusan tágulnak, illetve nyomódnak össze. A fal felőli rekeszben lévő gáz akkor éri el a legmagasabb hőmérsékletét, amikor a térfogata a legkisebb lesz, vagyis amikor a dugattyú éppen megáll.

Jelöljük a levegőrészek térfogatát ebben az állapotban

$$V_1 = V_0 + \Delta V \qquad \text{és} \qquad V_2 = V_0 - \Delta V$$

módon, a nyomások pedig legyenek p_1 és p_2. A levegő kb. 99 százalékát kétatomos gáz alkotja, így a levegőmolekulák szabadsági foka $f = 5$-nek, a fajhőhányados pedig $\kappa = \frac{f+2}{f} = \frac{7}{5} = 1{,}4$-nek vehető.

Az adiabatikus állapotváltozás egyenlete szerint

$$p_1 = p_0 \frac{V_0^\kappa}{V_1^\kappa}, \qquad \text{illetve} \qquad p_2 = p_0 \frac{V_0^\kappa}{V_2^\kappa}.$$

A nyomásokkal és a térfogatokkal kifejezhető a levegőrészek belső energiája:

$$E_0 = \frac{f}{2} p_0 V_0, \qquad E_1 = \frac{f}{2} p_1 V_1 \qquad \text{és} \qquad E_2 = \frac{f}{2} p_2 V_2.$$

Felírhatjuk még (az ütközés utáni pillanattól a dugattyú megállásáig) az energiamegmaradás törvényét:

$$2E_0 + \frac{Mv^2}{2} = E_1 + E_2,$$

vagyis

$$\frac{Mv^2}{f p_0 V_0^\kappa} + 2V_0^{1-\kappa} = (V_0 + \Delta V)^{1-\kappa} + (V_0 - \Delta V)^{1-\kappa}.$$

Az ismert adatok behelyettesítése után (ha az SI mértékegységeket nem írjuk ki) az alábbi összefüggést kapjuk:

$$(0{,}05 + \Delta V)^{-0{,}4} + (0{,}05 - \Delta V)^{-0{,}4} = 6{,}9.$$

Ezt az egyenletet a szokásos algebrai módszerekkel nem lehet megoldani, ezért közelítő módszerrel próbálkozunk: fokozatosan leszűkítjük azt az intervallumot, amely a keresett ΔV értéket tartalmazza. Mivel $\Delta V = 0{,}01$-nél a fenti egyenlet bal oldala 6,71, $\Delta V = 0{,}02$-nél pedig 6,96, a keresett ΔV valahol 10 és 20 liter között lehet.

Tovább felezve az intervallumok hosszát a következő értékeket kapjuk:

$$\begin{array}{lcl}
\Delta V = 0{,}01500 & \longrightarrow & 6{,}807; \\
\Delta V = 0{,}01750 & \longrightarrow & 6{,}877; \\
\Delta V = 0{,}01875 & \longrightarrow & 6{,}918; \\
\Delta V = 0{,}01813 & \longrightarrow & 6{,}897; \\
\Delta V = 0{,}01844 & \longrightarrow & 6{,}908; \\
\Delta V = 0{,}01828 & \longrightarrow & 6{,}902; \\
\Delta V = 0{,}01820 & \longrightarrow & 6{,}899; \\
\Delta V = 0{,}01824 & \longrightarrow & 6{,}901; \\
\Delta V = 0{,}01822 & \longrightarrow & 6{,}900.
\end{array}$$

A $\Delta V = 18{,}22$ liter ($0{,}018\,22\ \mathrm{m}^3$) tehát már nagyon jól közelíti a pontos értéket. Ezek szerint $V_2 = V_0 - \Delta V = 31{,}78$ liter, a gáz hőmérséklete pedig (az adiabatikus egyenlet és a gáztörvény alapján)

$$T_2 = T_0 \left(\frac{V_0}{V_2}\right)^{\kappa-1} = 300\ \mathrm{K} \cdot \left(\frac{50}{31{,}78}\right)^{0{,}4} \approx 360\ \mathrm{K} = 87\ {}^\circ\mathrm{C}.$$

Pácsonyi Péter (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn., 10. évf.)