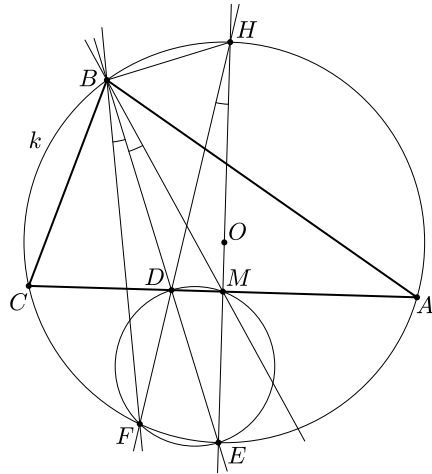


Használjuk az *ábra* jelöléseit.



Legyen az  $A, B, C$  pontokon átmenő  $k$  kör középpontja  $O$ . Ismert, hogy  $AB \neq BC$  esetén az  $ABC$  szögfelezőjének és az  $AC$  oldalfelező merőlegesének pontosan egy közös pontja van, és ez a közös pont rajta van az  $ABC$  háromszög köré írt körén. Ez a közös pont az  $E$  pont, azaz  $E$  rajta van az  $AC$  oldalfelező merőlegesén.

Jelöljük a  $OE$  oldalfelező merőlegesnek és az  $AC$  oldalnak a metszéspontját (vagyis  $AC$  felezőpontját)  $M$ -mel. Mivel  $EMD = 90^\circ$ , azért Thalész tétele alapján  $M$  rajta van a  $DFE$  háromszög körülírt körén. Az  $EO$  egyenes messe másodszor a  $k$  kört  $H$ -ban. Mivel  $DFE = 90^\circ$  és  $HFE = 90^\circ$  (Thalész tétele alapján), a  $DF$  egyenes átmegy  $H$ -n.

Thalész tétele alapján  $HBE = 90^\circ$ , mivel  $HE$  átmérő. Vagyis, mivel  $HBD + DMH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ , a  $HBDM$  négyszög húrnégyszög. Így a kerületi és középponti szögek tétele alapján  $MHD = MBD$ .

Mivel  $HBFE$  is húrnégyszög, ismét a kerületi és középponti szögek tétele alapján  $EHF = EBF$ .

Tehát  $DBF = MBD$ , így  $BF$  tükörképe  $BD$ -re  $BM$ , azaz  $BF$  tükörképe valóban a súlyvonal.

Többen megjegyezték, hogy a feladat állítása ekvivalens azzal, miszerint a  $BF$  egyenes az  $ABC$  háromszög egy *szimmediánja*. A szimmediánról bővebben olvashatunk Surányi László: A háromszög kevésbé ismert nevezetes pontjairól II. rész (KöMal-1984/november) cikkében.