Írjuk fel az $\frac{x}{y}$ pozitív racionális számot egymáshoz relatív prím a és b pozitív egész számok hányadosaként: $\frac{x}{y}=\frac{a}{b}$. Az egyenlet átrendezésével azt kapjuk, hogy

$$x-y-2017=\frac{x}{y}+\frac{x^3}{y^3}-\frac{x^4}{y^4}$$

egész szám, vagyis

$$\frac{x}{y}+\frac{x^3}{y^3}-\frac{x^4}{y^4}=\frac{a}{b}+\frac{a^3}{b^3}-\frac{a^4}{b^4}=\frac{ab^3+a^3b-a^4}{b^4}$$

szintén egész szám. A számláló tehát osztható b^4-nel, így b-vel is. A számláló első két tagja b-nek többszöröse, tehát a^4-nek is oszthatónak kell lennie b-vel. Az a és b relatív prímek, emiatt innen már csak $b=1$ lehetséges. Ezzel beláttuk, hogy az $\frac{a}{b}$ tört egész szám. Legyen most $\frac{a}{b}=\frac{x}{y}=z$ pozitív egész. Ekkor $x=yz$, ahol x, y, z mind pozitív egészek. Ezzel a jelöléssel az eredeti egyenlet könnyebben kezelhető formában írható:

$$yz-y-z-z^3+z^4=2017.$$

Innen a megoldás befejezésére két lehetőséget is megmutatunk.

I.) Adjunk mindkét oldalhoz egyet, majd alakítsuk szorzattá az egyenlet bal oldalát:

$$\begin{aligned}yz-y-z+1-z^3+z^4&=2018,\\(y-1)(z-1)+z^3(z-1)&=2018,\\(z-1)(y-1+z^3)&=2018.\end{aligned}$$

Az 1009 prímszám, a 2018 tehát csak kétféleképpen bomlik pozitív egészek szorzatára: $2018=1\cdot2018=2\cdot1009$. A bal oldalon mindkét tényező pozitív kell legyen, hiszen $z^3+y-1\geq1+1-1=1$. Továbbá az is biztos, hogy

$$z^3+y-1\geq z+y-1>z-1,$$

így csak $z^3+y-1=1009$ és $z-1=2$, illetve $z^3+y-1=2018$ és $z-1=1$ lehetséges.

Az elsőből $z=3$, $y=1009+1-27=983$, $x=2949$, a másodikból pedig $z=2$, $y=2018+1-8=2011$, $x=4022$ adódik. Ellenőrzéssel látható, hogy mindkét gyökpár kielégíti az egyenletet.

II.) Először megmutatjuk, hogy $z\geq7$ esetén nincs megoldása az egyenletnek. Ha $z\geq7$, akkor

$$\begin{aligned}yz-y-z-z^3+z^4\geq7y-y-z-z^3+z^4>z^4-z^3-z=z(z^3-z^2-1)\geq\\\geq7(z^3-z^2-1)=7z^2(z-1)-7\geq7\cdot49\cdot6-7=2051.\end{aligned}$$

Az is azonnal adódik, hogy $z=1$ esetén $yz-y-z-z^3+z^4=-1$, így elegendő a továbbiakban $z=2,3,4,5,6$ vizsgálata. Az egyenletből kifejezzük y-t és sorra megvizsgáljuk, hogy melyik z esetén kapunk egész értéket y-ra:

$$y=\frac{2017-z^4+z^3+z}{z-1}.$$

A $z=6$ esetén a tört $\frac{943}{5}$, a $z=5$-re a tört $\frac{1522}{4}$, végül $z=4$-re a tört $\frac{1829}{3}$, egyik sem egész. Marad a $z=3$, ahol $y=983$, továbbá $z=2$, ahol pedig $y=2011$. Az elsőre $x=2949$, a másodikra $x=4022$.