Pontosan $2k-5$ szeletre lehet felosztani. Bizonyítsunk teljes indukcióval. Kiindulásnak vehetjük a $k=3$ esetet, ekkor magától értetődő, hogy pontosan egy szeletre lehet osztani a tortát. A $k=4$ esetben is azonnal látható, hogy 3 szeletre lehet felosztani.

Tegyük fel, hogy beláttuk, hogy k-ig minden évben pontosan $2k-5$ szeletre lehet felosztani tortát. Igazoljuk, hogy ekkor a $(k+1)$. születésnapon pontosan $2(k+1)-5$ szeletre osztható a torta.

Vegyünk egy tetszőleges $k+1$ gyertyás háromszög alakú tortát. Tekintsük ennek egy tetszőleges helyes szeletelését, majd válasszuk ki bármelyik belső gyertyát (vagyis bármelyiket, ami nem a torta csúcsában van). Legyen az ebből kiinduló háromszög-oldalak száma (vagyis a vágások száma) n. Az n legalább 3, hiszen semelyik három gyertya sincs egy egyenesen és fel van darabolva háromszögekre a torta lapja. Vagyis van pontosan egy darab n-szög, amelyet a szeletelés határoz meg és csak a kiválasztott gyertyát tartalmazza. A kiválasztott gyertyából kiinduló vágások végén lévő gyertyák közül a szomszédosak össze vannak kötve egymással, különben vagy nem lenne háromszögekre szeletelve a torta, vagy lenne egy vágás, ami a kiválasztott gyertyából indul és kihagytuk.

A szomszédos n darab gyertya egy n-szöget határoz meg, amelynek belsejében csak a kiválasztott gyertya van. Ez a gyertya minden csúccsal össze van kötve, így az n-szög n darab háromszögre van felosztva. Most távolítsuk el a kiválasztott gyertyát. Ekkor egy k gyertyás torta marad, amiről az indukciós feltevés alapján tudjuk, hogy pontosan $2k-5$ szeletre lehet felbontani. Az n-szögön kívüli szeletelésen ne változtassunk. Az n-szögben válasszuk ki az egyik csúcsot, majd kössük össze a többi vele nem szomszédos csúccsal. Így $n-2$ háromszögre bontottuk fel. Ettől különböző számú háromszögre nem is lehet az n-szöget bontani, hiszen minden ilyen felbontásában mindegyik háromszög valamennyi szöge része az n-szög valamelyik szögének, így a t darab háromszög 180 fokos szögösszegének $180t$ fokos összege az n-szög belső szögeinek $180(n-2)$ fokos összegét adja, amiből $t=n-2$ egyértelműen meghatározott.

Tehát, amikor $k+1$ gyertya volt, akkor 2-vel több szeletre lehetett bontani a tortát, összesen $2k-5+2=2(k+1)-5$ szeletre.

Ezzel bizonyítottuk, hogy Sebestyén a k-adik születésnapján csak $2k-5$ szeletre oszthatja a tortát.

Dobák Dániel (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.)
dolgozata alapján