

Az  $a_n \cdot a_{n+1} = a_{n+2} \cdot a_{n+3}$  összefüggés szerint

$$a_{n+3} = \frac{a_n \cdot a_{n+1}}{a_{n+2}}$$

minden pozitív egész  $n$ -re. Ezért  $a_n$ ,  $a_{n+1}$  és  $a_{n+2}$  egyértelműen meghatározza  $a_{n+3}$  értékét. A feladat állításának igazolásához így elég belátni, hogy létezik olyan  $n$  és  $k$  pozitív egész, amelyekre  $a_{n+k} = a_n$ ,  $a_{n+1+k} = a_{n+1}$  és  $a_{n+2+k} = a_{n+2}$  egyszerre teljesül, hiszen akkor

$$a_{n+3+k} = \frac{a_{n+k} \cdot a_{n+1+k}}{a_{n+2+k}} = \frac{a_n \cdot a_{n+1}}{a_{n+2}} = a_{n+3}$$

stb. Az előbbi igazolásához legyen  $M = a_1 \cdot a_2$ ; ekkor  $M = a_3 \cdot a_4 = a_5 \cdot a_6 = a_7 \cdot a_8$ , és így tovább, ezért a sorozat minden elemére  $1 \leq a_v \leq M$ . Ebből következik, hogy az  $a_n, a_{n+1}, a_{n+2}$  rendezett számhármasok csak véges sokfélék lehetnek (legfeljebb  $M^3$ -féle számhármas állhat elő ezen a módon). Így az  $\{a_1, a_2, a_3\}$ ,  $\{a_4, a_5, a_6\}$ ,  $\{a_7, a_8, a_9\}$ , ... (rendezett) számhármasok között biztosan lesz két egyező.