Jelölje d az a és b legnagyobb közös osztóját: $d=(a;b)$. Legyen $r_1=\frac{b}{d}$ és $s_1=\frac{a}{d}$. Ekkor nyilván $(r_1,s_1)=1$ és $ar_1=bs_1=\frac{ab}{d}$, tehát $ar_1+b\cdot(-s_1)=0$, ami osztható c-vel.

De egyelőre $s=-s_1<0$. Keressünk olyan, c-vel osztható k pozitív egész számot, melyre $s_2=k-s_1>0$ és $(r_1,s_2)=\left(\frac{b}{d};k-\frac{a}{d}\right)=1$ továbbra is teljesül. Mivel $c\mid k$, ezért $c\mid bk=(ar_1-bs_1)+bk=ar_1+b(k-s_1)=ar_1+bs_2$.

Legyen $k=k'c\cdot\frac{b}{d}$, ahol k' elég nagy ahhoz, hogy $k'c\cdot\frac{b}{d}-\frac{a}{d}>0$ fennálljon.

Azt állítjuk, hogy $(r_1,s_2)=1$ is igaz. Ha ugyanis

$$1<m=(r_1,s_2)=\left(\frac{b}{d},k'c\frac{b}{d}-\frac{a}{d}\right)$$

valamely m pozitív egészre, akkor $m\mid\frac{b}{d}$ miatt $m\mid k'c\frac{b}{d}$ is igaz, amiből $m\mid s_2$ miatt $m\mid\frac{a}{d}$ következik, de ekkor $m\mid\frac{a}{d}$ és $m\mid\frac{b}{d}$, ami ellentmond annak, hogy $\frac{a}{d}$ és $\frac{b}{d}$ relatív prímek. Tehát valóban $(r_1,s_2)=1$.

Tehát $r=\frac{b}{d}$ és $s=k'c\cdot\frac{b}{d}$, ahol k' megfelelően nagy, jó választás.