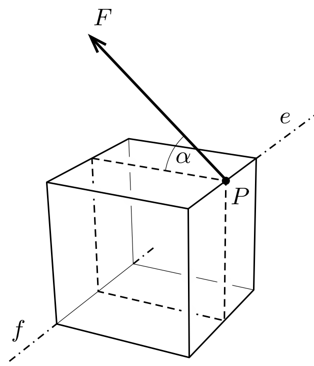
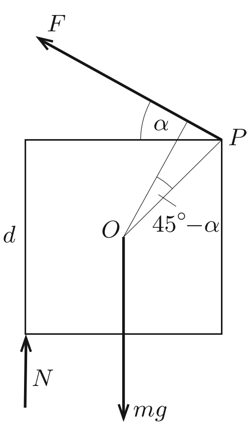
Belátható, hogy a csúszó jégkocka akkor borítható fel a legkönnyebben, ha a borulást előidéző erő a kocka egyik felső e élének P felezőpontjában, az e élre merőleges (függőleges) síkban hat. Határesetben, valamekkora F nagyságú és a vízszintessel alkalmasan választott α szöget bezáró erő hatására a jégkocka még éppen nem billen meg az e-vel átellenes f él körül, és függőleges irányban sem gyorsul. F-et bármilyen kevéssel meghaladó nagyságú erő hatására a jégkocka megbillen, a tömegközéppontja megemelkedik, és a továbbiakban ezek a mozgások egyre gyorsabban folytatódnak, tehát a jégkocka felborul (*1. ábra*).



1. ábra

A jégkockára ható erők (az F erő, az mg nehézségi erő és az f élnél ható, a talaj által kifejtett függőleges irányú N nyomóerő) mindegyike az e élre merőleges síkban hat. Tekintsük ezeket a (síkbeli) erőket a felborulás határhelyzetében (*2. ábra*).



2. ábra

A d oldalélű kocka O tömegközéppontjára felírt forgatónyomatékok összege nulla:

$$N\frac{d}{2} = F\cos(45^\circ - \alpha)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}d.$$

A tömegközéppont függőleges irányú gyorsulása nulla, így

$$mg - N - F\sin\alpha = 0.$$

Ezekből (N kiküszöbölése után) az F erőre α függvényében

$$F(\alpha) = \frac{mg}{\sin\alpha + \sqrt{2}\cos(45^\circ - \alpha)} = \frac{mg}{2\sin\alpha + \cos\alpha}$$

adódik. Ezen kifejezés minimumát, vagyis a nevezőjének maximumát keressük.

A $2\sin\alpha+\cos\alpha$ kifejezés legnagyobb értéke $\sqrt{5}$, amit $\alpha\approx 1{,}1$ radiánnál, vagyis kb. 63°-nál vesz fel[1]. A szélsőértéket differenciálszámítással, trigonometrikus átalakítások felhasználásával, vagy elemi geometriai megfontolásokkal is meg lehet határozni.

A szabadon csúszó jégkocka felborításához tehát legalább $F = \dfrac{mg}{\sqrt{5}}$ erő szükséges, ez a jégkocka súlyának kb. 47 százaléka.

Póta Balázs (Győr, Révai M. Gimn., 11. évf.)
dolgozata alapján

[1]Lásd pl. http://www.wolframalpha.com/input/?i=maximum+2sinx%2Bcosx.