I. megoldás. A súrlódásmentesen lecsúszó test sebességét a parabolatükör legmélyebb pontjában az energiamegmaradás törvényéből számíthatjuk ki:

$$mgH = \frac{1}{2}mv^2, \qquad \text{ahonnan} \qquad v = \sqrt{2gH}.$$

A pálya legalsó pontjának közelében a test mozgása egyenletes körmozgással közelíthető. A körpálya sugara (a parabola simulókörének R sugara) megegyezik a parabola p paraméterével, ami a fókusztávolság kétszerese (lásd pl. https://hu.wikipedia.org/wiki/Fókusztávolság):

$$R = p = 2f.$$

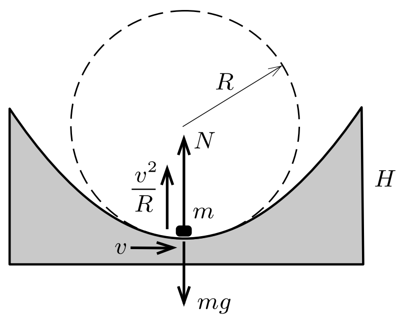
(Ugyanezt az összefüggést a gömbtükör fókusztávolságának ismert képlete alapján is megkaphatjuk.)

A körmozgás dinamikai feltétele (az *1. ábra* jelöléseit használva):

$$N - mg = m\frac{v^2}{R},$$

ahonnan a keresett nyomóerő:

$$N = mg + m\frac{v^2}{2f} = mg + m\frac{2gH}{2f} = mg\left(1 + \frac{H}{f}\right).$$



1. ábra

Kolontári Péter (Pécs, Leővey Klára Gimn., 12. évf.)

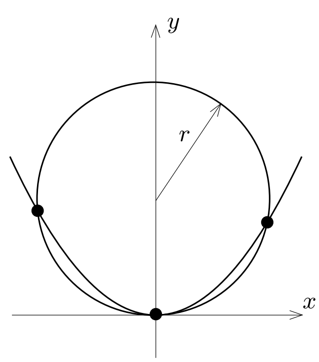
II. megoldás. Vizsgáljuk meg, hogy hány metszéspontja lehet egy f fókusztávolságú parabolának és a parabolát a talppontjánál érintő r sugarú körnek! A görbék egyenlete

$$4fy = x^2, \qquad \text{illetve} \qquad x^2 + (y-r)^2 = r^2,$$

ahonnan a metszéspont(ok) y koordinátáját megadó összefüggés:

$$y^2 = 2y(r - 2f).$$

Innen látható, hogy ($y \geq 0$ miatt) a két görbének csak akkor lesz egynél több metszéspontja, ha $r - 2f > 0$ (*2. ábra*). A legnagyobb kör, amelynek csak egyetlen közös pontja van a parabolával (ez felel meg a simulókörnek) $R = 2f$ sugarú.



2. ábra

Az energiamegmaradás alapján a test sebessége a pályájának legalsó pontjában $v = \sqrt{2gH}$. Newton II. törvénye szerint

$$N - mg = m\frac{2gH}{2f},$$

innen a nyomóerő

$$N = mg\frac{H+f}{f}.$$

Póta Balázs (Győr, Révai M. Gimn., 11. évf.)

III. megoldás. A parabola talppontjának közvetlen közelében a test vízszintes irányú sebességét állandónak, $v=\sqrt{2gH}$ nagyságúnak tekinthetjük, a vízszintes irányú elmozdulást tehát minden pillanatban az

$$x(t)=vt=t\sqrt{2gH}$$

összefüggésből számíthatjuk ki. Másrészt tudjuk, hogy a tükör forgásfelületének vezérgörbéje egy olyan parabola, amelynek egyenlete:

$$y=\frac{x^2}{4f}.$$

Ebből a két egyenletből megkapjuk (közelítőleg) a test függőleges irányú elmozdulását az idő függvényében:

$$y(t)=\frac{x(t)^2}{4f}=\frac{1}{2}\left(\frac{H}{f}g\right)t^2\equiv\frac{a}{2}t^2.$$

Látjuk, hogy a kis test $a=Hg/f$ nagyságú, függőlegesen felfelé irányuló gyorsulással mozog. Ilyen mozgást az

$$N-mg=ma$$

mozgásegyenlet szerint

$$N=mg+ma=mg\left(1+\frac{H}{f}\right)$$

erő képes létrehozni, tehát ekkora erővel nyomja a tükör a kis testet, és ugyanekkorával nyomja az is a tükröt.

Berke Martin (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn., 12. évf.)
dolgozata alapján