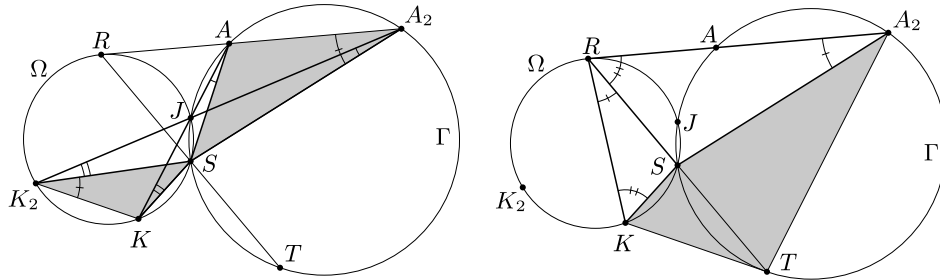


**Baran Zsuzsanna megoldása.** Először is tegyük teljesebbé az ábrát a „másik metszéspontok” felvételével: legyen  $l \cap \Gamma = \{A, A_2\}$  és legyen  $A_2J \cap \Omega = \{J, K_2\}$ . A megoldás során a szögeket irányítva értelmezzük.

A megoldás sok-sok hasonló háromszögpár észrevételén fog alapulni: az  $SAK\triangle \sim SA_2K_2\triangle$ , a  $SAA_2\triangle \sim SKK_2\triangle$ , a  $RSK\triangle \sim A_2SR\triangle$ , illetve az  $SKT\triangle \sim STA_2\triangle$  hasonlóságokat fogjuk sorra belátni.

[Ezen a ponton érdemes lehet megpróbálni egyénileg befejezni a megoldást.]

$JK_2S\angle = JK_2S\angle$  és  $SA_2J\angle = SAJ\angle$  (azonos íven nyugvó kerületi szögek), ezért  $SAK\triangle$  és  $SA_2K_2\triangle$  szögei megegyeznek, így  $SAK\triangle \sim SA_2K_2\triangle$ .



Ekkor  $\frac{SA}{SA_2} = \frac{SK}{SK_2}$ , továbbá  $ASA_2\angle = KSK_2\angle$  (hiszen mindkettő  $K_2SA_2\angle - K_2SA\angle = KSA\angle - K_2SA\angle$ ), emiatt  $SAA_2\triangle \sim SKK_2\triangle$ .

Ekkor  $AA_2S\angle = KK_2S\angle = KRS\angle$ . Az  $RA$  érinti  $\Omega$ -t (és  $RS$  elválasztja  $A$ -t és  $K$ -t), ezért  $ARS\angle = RKS\angle$ . Így az  $RSK\triangle$  és  $A_2SR\triangle$  szögei megegyeznek, ezért  $RSK\triangle \sim A_2SR\triangle$ .

$TSK\angle = 180^\circ - KSR\angle = 180^\circ - RSA_2\angle = A_2ST$ , továbbá

$$\frac{ST}{KS} = \frac{SR}{KS} = \frac{SA_2}{RS} = \frac{SA_2}{TS}$$

(itt kihasználtuk, hogy  $S$  az  $RT$  szakasz felezőpontja), így  $SKT\triangle \sim STA_2\triangle$ .

Ez utóbbi hasonlóságból következik, hogy  $STK\angle = SA_2T\angle$ , ami éppen azt jelenti, hogy  $KT$  érinti a  $\Gamma$  kört. Készen vagyunk.

Erre a feladatra sokféle megoldás elképzelhető. Két további megoldási lehetőség címszavakban:

(1) Belátjuk, hogy  $AT \parallel RK$ , majd pedig, hogy  $ARXT$  paralelogramma, melyben  $S$  az átlók felezőpontja. Itt  $X$  a  $KST$  kör és az  $RK$  egyenes másik metszéspontja.

(2) Invertálunk  $R$  középponttal,  $RS$  sugárral. Belátjuk, hogy a  $KT$  egyenes képe és  $\Gamma$  képe egymás tükörképei  $T'$ -re nézve. Ehhez belátjuk, hogy  $RK'SA'_2$  paralelogramma. Az  $RK'$  és  $A'_2S$  párhuzamossága kijön  $RK$  és  $AT$  párhuzamosságából.