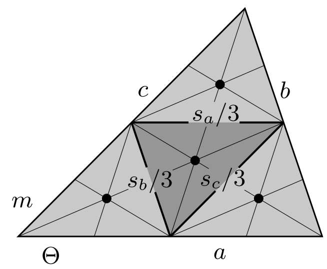
Megoldás. Legyen a keresett tehetetlenségi nyomaték Θ. Húzzuk be a középvonalakat a háromszögben, amik így 4 egybevágó kis háromszögre bontják a nagy háromszöget. A kis háromszögek a nagyhoz hasonlóak, a hasonlóság aránya 1 : 2.



A kis háromszögek tömege $\frac{1}{4}m$, lineáris méretük fele a nagy háromszög méreteinek, így a kis háromszögek mindegyikének tehetetlenségi nyomatéka a saját súlypontukon átmenő tengelyre vonatkoztatva $\frac{1}{16}\Theta$.

A kis háromszögek tömegközéppontja a nagy háromszög tömegközéppontjától $\frac{1}{3}s_a$, $\frac{1}{3}s_b$ és $\frac{1}{3}s_c$ távolságra van, ahol s_a, s_b és s_c a nagy háromszög súlyvonalai.

A Steiner-tételt alkalmazva adjuk össze a négy kis háromszögnek a nagy háromszög súlypontjára vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékát, így megkapjuk a nagy háromszög tehetetlenségi nyomatékát.

$$\frac{1}{16}\Theta + \left(\frac{1}{16}\Theta + \frac{m}{4}\left(\frac{s_a}{3}\right)^2\right) + \left(\frac{1}{16}\Theta + \frac{m}{4}\left(\frac{s_b}{3}\right)^2\right) + \left(\frac{1}{16}\Theta + \frac{m}{4}\left(\frac{s_c}{3}\right)^2\right) = \Theta,$$

ahonnan

$$\Theta = \frac{m}{27}\left(s_a^2 + s_b^2 + s_c^2\right).$$

Egy háromszög a oldalához tartozó súlyvonalának hossza a paralelogrammatételből adódóan

$$s_a^2 = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{2},$$

és hasonlóan kapható meg a többi súlyvonal hossza is. Ezt a fentebb kapott képletbe helyettesítve a háromszöglap tehetetlenségi nyomatékára végül a

$$\Theta = \frac{m}{36}\left(a^2 + b^2 + c^2\right).$$

eredményt kapjuk.

Megjegyzés. Hasonló gondolatmenettel kapható meg több más síklemez, illetve homogén test tehetetlenségi nyomatéka is. Egy a és b oldalélű paralelogramma-lemezre például $\Theta = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$. Ez az eredmény független a paralelogramma szögétől, emiatt egy téglalap alakú lemezre is érvényes.