Megoldás. A feladat *ábráján* látható helyzetben a test sebessége az energiamegmaradás

$$mg\ell(1-\cos\alpha)=\frac{mv^2}{2}$$

törvénye szerint $v=\sqrt{2g\ell(1-\cos\alpha)}$, így a test centripetális gyorsulása

$$a_{\mathrm{cp}}=\frac{v^2}{\ell}=2g(1-\cos\alpha).$$

Az érintőirányú (tangenciális) gyorsulást a nehézségi erő érintőirányú komponense ($mg\sin\alpha$) „hozza létre”, hiszen az elhanyagolható tömegű rúd csak rúdirányú erőt tud kifejteni. A tangenciális gyorsulás nagysága $a_{\mathrm{t}}=g\sin\alpha$.

A kétféle gyorsulás nagysága akkor egyezik meg, ha fennáll:

$$\sin\alpha=2(1-\cos\alpha).$$

Négyzetre emelés után kapjuk, hogy

$$1-\cos^2\alpha=4-8\cos\alpha+4\cos^2\alpha,$$

vagyis az $x=\cos\alpha$ ismeretlenre az

$$5x^2-8x+3=0$$

másodfokú egyenletet kapjuk. Ennek megoldásai: $x_1=0$, vagyis $\alpha_1=0$ (ez a függőleges instabil egyensúlyi helyzetnek felel meg, ahol $a_{\mathrm{t}}=a_{\mathrm{cp}}=0$), a másik gyök pedig

$$x_2=\frac{3}{5},\qquad\text{azaz}\qquad\alpha_2\approx 53{,}13^\circ.$$

Kezdetben a test nyilván nyomja a rudat, a rúd pedig „nyomja” felfelé a testet. A későbbiekben ez az erő egyre csökken, és valamekkora α_0 szögnél nullává válik, majd húzóerőbe vált át. A határesetet az jellemzi, hogy a centripetális erő éppen egyenlő a nehézségi erő rúdirányú komponensével, vagyis a centripetális gyorsulás megegyezik a nehézségi gyorsulás rúdirányú összetevőjével:

$$\frac{v^2}{\ell}=2g(1-\cos\alpha_0)=g\cos\alpha_0,\quad\text{vagyis}\quad\cos\alpha_0=\frac{2}{3},\quad\alpha_0\approx 48{,}2^\circ.$$

Ennél kisebb α szögeknél a rúd (ferdén felfelé) nyomja a pontszerű testet, nagyobb szögeknél pedig (ferdén lefelé) húzza azt. Mivel a korábban kiszámított szögekre $\alpha_2>\alpha_0$ teljesül, amikor a centripetális gyorsulás nagysága megegyezik az érintőirányú gyorsulással, a rúd már *húzza* a pontszerű testet.