**Megoldás.** Jelöljük az edény belsejének keresztmetszetét $A$-val, a csap keresztmetszetét $A_0$-lal, a vízfelszín folyamatosan változó nagyságú sebességét $v$-vel, a csapból kiáramló víz sebességét pedig $V$-vel.

Írjuk fel a Bernoulli-törvényt a $h$ magasságú vízoszlop felszínét és a csapot összekötő valamelyik áramvonalra (*1. ábra*):

$$\frac{1}{2}\varrho v^2 + p_0 + \varrho g h = \frac{1}{2}\varrho V^2 + p_0.$$

($p_0$ a külső légnyomás, $\varrho$ a víz sűrűsége.) Felhasználhatjuk még a kontinuitási egyenletet (az anyagmegmaradás törvényét) is:

$$VA_0 = vA.$$

Ezen két összefüggés meghatározza a folyadék felszínének süllyedési sebességét:

$$v(h) = \sqrt{\frac{A_0^2}{A^2 - A_0^2} 2gh},$$

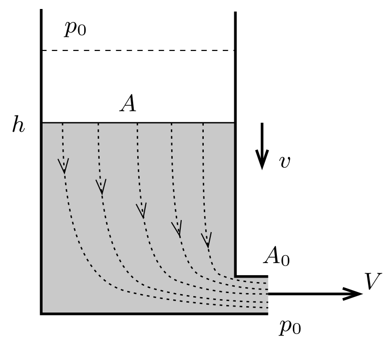
amit

$$v(h) = \sqrt{2g'h}$$

alakban is felírhatunk, ahol

$$g' = \frac{A_0}{\sqrt{A^2 - A_0^2}} g = \text{állandó}.$$

Látható, hogy a folyadék felszínének süllyedési sebessége a magasság *négyzetgyökével* arányos.




*1. ábra*

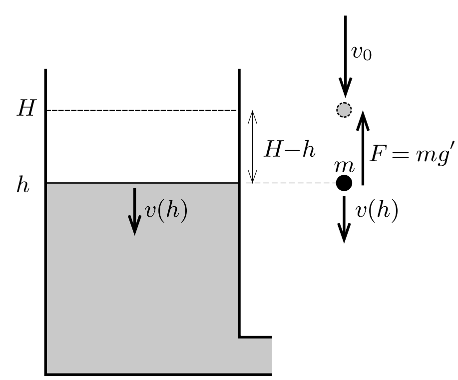
Legyen a folyadékfelszín kezdeti magassága az edény aljához képest $H$. Vizsgáljuk meg egy pontszerű test mozgását egy olyan gravitációs mezőben, amelyben a „nehézségi gyorsulás” nagysága $g'$, iránya pedig ellentétes $g$-vel (*2. ábra*). Induljon a test $v_0 = \sqrt{2g'H}$ kezdősebességgel a kezdeti vízszint magasságától az edény alja felé. A munkatétel szerint:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mg'(H - h).$$

Innen a test $h$ magassághoz tartozó sebessége:

$$v(h) = \sqrt{2g'h}.$$

Mivel tetszőleges $h$ magasságban a folyadékfelszín és a kis test sebessége a $g'$ gravitációjú térben megegyezik, ezért ha képzeletben egymás mellé helyezzük őket úgy, hogy a vízre csak a szokásos $g$ gravitációjú tér hasson lefelé, a kis testre pedig csak a $g'$ felfelé, akkor a kis test és a vízfelszín (egyenletesen lassuló mozgással) mindvégig egymás mellett marad, egyformán süllyed lefelé.




*2. ábra*

A vízfelszín süllyedési sebessége az idő függvényében a kis test sebességével egyezik meg:

$$v(t) = v_0 - g't.$$

Amikor a víz fele kifolyik, a kis test $H/2$ magasságba ér, a sebessége tehát $v_1 = \sqrt{g'H}$ lesz. Mivel ez $T$ idő alatt következik be,

$$v_1 = v_0 - g'T, \quad \text{ahonnan} \quad T = \frac{v_0 - v_1}{g'} = \left(\sqrt{2} - 1\right)\sqrt{\frac{H}{g'}}\,.$$

A teljes kiürülés $T_0$ idejekor a kis test sebessége nulla, vagyis $v_0 - g'T_0 = 0$, ahonnan a keresett időtartam:

$$T_0 = \frac{v_0}{g'} = \sqrt{2}\sqrt{\frac{H}{g'}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}T \approx 3{,}4\,T.$$