

A sík egész koordinátájú pontjai egységnégyzetek csúcsai. Ezeket a négyzeteket váltakozva fehérre és feketére színezzük (mint egy sakktáblán).

Pozitív egészek tetszőleges m, n párja esetén tekintsünk egy olyan derékszögű háromszöget, melynek csúcsai egész koordinátájúak és amelynek befogói, melyek hossza m és n a négyzetek éleire illeszkednek.

Legyen S_1 a háromszög fekete színű részének az összterülete, S_2 pedig a fehér színű rész összterülete. Legyen

$$f(m, n) = |S_1 - S_2|.$$

(a) Számítsuk ki $f(m, n)$ -et minden olyan m és n pozitív egész esetén, amelyek vagy mindketten párosak, vagy mindketten páratlanok.

(b) Bizonyítsuk be, hogy $f(m, n) \leq \frac{1}{2} \max(m, n)$ minden m és n -re.

(c) Bizonyítsuk be, hogy nincs olyan C konstans, hogy $f(m, n) < C$ minden m és n -re.