Megoldás. Legyen a egy páratlan szám, ahol $|a| > 1$ és $y = \left|\frac{a+1}{2}\right|$ és $z = \left|\frac{a-1}{2}\right|$.

Legyen először $x = 1$. Ekkor x, y és z pozitív egészek a kikötései miatt és

$$n = x^2 + y^2 - z^2 = 1 + \frac{a^2 + 2a + 1}{4} - \frac{a^2 - 2a + 1}{4} = a + 1.$$

Tehát ezzel a módszerrel elő tudjuk állítani a 3-nál nagyobb és (-1)-nél kisebb páros számokat, vagyis $n \leq -2$ vagy $4 \leq n$ és n páros szám. Kimaradó páros számok a 0 és a 2.

Legyen most $x = 2$. Ekkor x, y és z pozitív egészek a kikötései miatt és

$$n = x^2 + y^2 - z^2 = 4 + \frac{a^2 + 2a + 1}{4} - \frac{a^2 - 2ab + 1}{4} = a + 4.$$

Tehát ezzel a módszerrel elő tudjuk állítani a 6-nál nagyobb és a 2-nél kisebb páratlan számokat, vagyis $n \leq 1$ vagy $7 \leq n$ és n páratlan szám. Kimaradó páratlan számok a 3 és az 5.

Már csak a 0, 2, 3, 5 számokat kell előállítani:

$$\begin{aligned}
0 &= 3^2 + 4^2 - 5^2;\\
2 &= 3^2 + 3^2 - 4^2;\\
3 &= 4^2 + 6^2 - 7^2;\\
5 &= 4^2 + 5^2 - 6^2.
\end{aligned}$$

Tehát minden egész számra bebizonyítottuk, hogy felírható $x^2 + y^2 - z^2$ alakban.