Megoldás. Azt bizonyítjuk, hogy bármely pozitív egész n szám az (y_k) sorozatban pontosan kettővel többször fordul elő, mint az (x_k) sorozatban. A feltétel szerint

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{a} + 2. \tag{1}$$

A sorozatok definícióját terjesszük ki $k = 0$-ra is; legyen $x_0 = y_0 = 0$. Minden nemnegatív egész n-re legyen

$$f(n) = \max\{k \ge 0\colon x_k \le n\} \quad \text{és} \quad g(n) = \max\{k \ge 0\colon y_k \le n\}.$$

Mivel

$$x_k \le n \iff ak < n + \frac{1}{2} \iff k < \frac{n+\frac{1}{2}}{a} \iff k \le \left\lceil \frac{n+\frac{1}{2}}{a} \right\rceil - 1,$$

ezért

$$f(n) = \left\lceil \frac{n+\frac{1}{2}}{a} \right\rceil - 1, \quad \text{és hasonlóan} \quad g(n) = \left\lceil \frac{n+\frac{1}{2}}{b} \right\rceil - 1.$$

Az (1) feltételből

$$g(n) = \left\lceil \frac{n+\frac{1}{2}}{b} \right\rceil - 1 = \left\lceil \left(n + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{a} + 2\right) \right\rceil - 1 = \left\lceil \frac{n+\frac{1}{2}}{a} + 2n + 1 \right\rceil - 1 =$$
$$= f(n) + 2n + 1.$$

Világos, hogy $n \ge 1$ esetén az n szám az (x_k) sorozatban $f(n) - f(n-1)$, az (y_k) sorozatban pedig $g(n) - g(n-1)$ alkalommal fordul elő. Ezen kívül

$$g(n) - g(n-1) = \big(f(n) + 2n + 1\big) - \big(f(n-1) + 2n - 1\big) = f(n) - f(n-1) + 2,$$

tehát n valóban pontosan kettővel többször fordul elő az (y_k) sorozatban, mint az (x_k)-ban. □