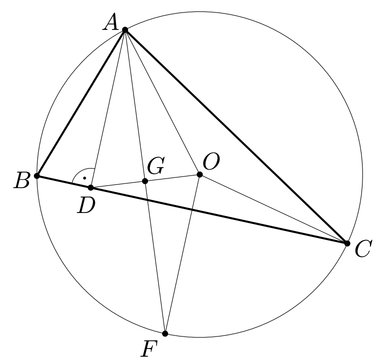
Megoldás. Az *ábra* jelöléseit használjuk. A két kérdéses átló OC és AD. Az OC hossza egyenlő a körülírt kör sugarával, R-rel, így elegendő azt bizonyítanunk, hogy AD hossza is R. Az O pont a körülírt kör középpontja, így az AO szakasz hossza is R. Azt fogjuk bizonyítani, hogy az ADO háromszög egyenlőszárú. Húzzuk be az A-hoz tartozó belső szögfelezőt, ez az ismert tétel szerint a körülírt körön metszi a szemben fekvő oldal felezőmerőlegesét. Legyen ez a pont F. Ugyanez a szögfelező G-ben metszi a DO szakaszt és két háromszögre osztja az ADO háromszöget. A $DAF\sphericalangle$ és az $OFA\sphericalangle$ váltószög, mert OF és AD egyaránt merőlegesek a BC oldalra (oldalfelező merőleges és magasság), tehát a két szög egyenlő. Az OFA háromszögben OF és OA egyaránt R hosszúságúak, így a háromszög egyenlőszárú, tehát az alapon fekvő két szöge, $OAF\sphericalangle$ és $OFA\sphericalangle$ egyenlő. Eszerint a $DAF\sphericalangle$ és az $OAF\sphericalangle$ mindketten egyenlőek az OFA szöggel, azaz egymással is egyenlőek. Ha az A csúcshoz tartozó külső szögfelező párhuzamos OD-vel, akkor OD merőleges az A-hoz tartozó belső szögfelezőre, azaz AF-re, mert az A-beli külső és belső szögfelező merőlegesek egymásra. A $DGA\sphericalangle$ és az $OGA\sphericalangle$ is derékszög. Az AGD és az AGO háromszögekben az A-nál és a G-nél fekvő szögek nagysága is megegyezik, továbbá van egy közös oldaluk, a GA oldal, vagyis a két háromszög egybevágó. Az egybevágóság miatt AO és AD hossza megegyezik. Az AO szakasz hossza R, így AD hossza is R. Ezzel az állítást beláttuk.



Megjegyzés. A konstrukció akkor is működik, ha $AB > AC$, csak akkor a kérdéses négyszög konvex lesz, esetünkben pedig konkáv.