

3. Tekintsük a következő tulajdonságú valós (x_n) számsorozatokat:

$$x_0 = 1, \text{ és } i \geq 0 \text{ esetén } 0 < x_{i+1} < x_i.$$

(a) Bizonyítandó, hogy minden ilyen sorozathoz van olyan $n \geq 1$, amelyre

$$\frac{x_0^2}{x_1} + \frac{x_1^2}{x_2} + \dots + \frac{x_{n-1}^3}{x_n} \geq 3,999.$$

(b) Adjunk meg egy ilyen sorozatot, amelyre minden n esetén

$$\frac{x_0^2}{x_1} + \frac{x_1^2}{x_2} + \dots + \frac{x_{n-1}^3}{x_n} < 4.$$

Szovjetunió