

Megoldás. Legyenek az egyenlet gyökei x_1 és x_2 , ahol $x_1 \leq x_2$. A Viéte-formulák szerint $x_1 + x_2 = b$ és $x_1x_2 = bp$. Az első összefüggést a másodikba helyettesítve:

$$\begin{aligned}x_1x_2 &= (x_1 + x_2)p, \\x_1x_2 - px_1 - px_2 + p^2 &= p^2, \\(x_1 - p)(x_2 - p) &= p^2.\end{aligned}$$

Mivel $x_1 - p \leq x_2 - p$ egészek és p prím, csak a következő esetek valamelyike lehetséges.

1. eset: $x_1 - p = 1$ és $x_2 - p = p^2$. Ekkor $x_1 = p + 1$, $x_2 = p^2 + p$, így

$$b = x_1 + x_2 = (p + 1)^2.$$

2. eset: $x_1 - p = -p^2$ és $x_2 - p = -1$. Ekkor

$$b = x_1 + x_2 = (-p^2 + p) + (p - 1) = -(p - 1)^2,$$

ami a $b > 0$ követelményt nem teljesíti.

3. eset: $x_1 - p = p$ és $x_2 - p = p$. Ekkor $b = x_1 + x_2 = 2p + 2p = 4p$.

4. eset: $x_1 - p = -p$ és $x_2 - p = -p$. Ekkor $b = x_1 + x_2 = 0 + 0 = 0$, ami nem pozitív.

Tehát b értéke $(p + 1)^2$ vagy $4p$ lehet.