Megoldás. Ha a tetszőleges valós szám, akkor $f(a)$ értékét csak $f(1-a)$ határozza meg, hiszen $(x+2)+(-x-1)=1$.

Vegyünk egy tetszőleges y számot. Helyettesítsünk a függvényegyenletbe $x=y$-t:

$$(y+1)\cdot f(y+2)-2(y+2)\cdot f(-y-1)=3y^2+8y+3.$$

Ugyanezzel az y-nal legyen $x=-y-3$:

$$\begin{aligned}(-y-2)\cdot f(-y-1)-2(-y-1)\cdot f(y+2)&=3(-y-3)^2+8(-y-3)+3,\\ 2(y+1)\cdot f(y+2)-(y+2)\cdot f(-y-1)&=3y^2+18y+27-8y-24+3,\\ 4(y+1)\cdot f(y+2)-2(y+2)\cdot f(-y-1)&=6y^2+20y+12.\end{aligned}$$

Vonjuk ki ebből az első egyenletet:

$$3(y+1)\cdot f(y+2)=3y^2+12y+9,$$

azaz

$$3(y+1)\cdot f(y+2)=3(y+1)(y+3).$$

Ha $y\neq -1$, akkor oszthatunk $3(y+1)$-gyel:

$$f(y+2)=y+3.$$

Azt kaptuk, hogy ha $y\neq -1$, vagyis $x\neq 1$, akkor $f(x)=x+1$.

Az $f(1)$ értékét abból kaphatjuk csak meg, ha az eredeti függvényegyenletben x-et -1-nek vagy -2-nek választjuk. Azonban mindkét esetben $f(1)$ együtthatója 0, így értéke nem határozható meg az egyenletből. Tehát

$$f(x)=\begin{cases}x+1, & \text{ha } x\neq 1,\\ \text{tetszőleges}, & \text{ha } x=1.\end{cases}$$