Legyen A és E egy szabályos nyolcszög két átellenes csúcsa. Egy béka az A csúcsból kiindulva kezd ugrálni. A nyolcszög bármely csúcsából – az E-t kivéve – a mellette levő egyik csúcsba ugorhat. Ha az E csúcsba ér, akkor megáll, és ott marad.

Legyen a_n a pontosan n ugrásból álló különböző utak száma.

Bizonyítsa be, hogy $a_{2n-1} = 0$, $a_{2n} = \frac{1}{\sqrt{2}}(x^{n-1} - y^{n-1})$, $n = 1, 2, 3, \ldots$, ahol $x = 2 + \sqrt{2}$ és $y = 2 - \sqrt{2}$.

Megjegyzés: Egy pontosan n ugrásból álló út a csúcsoknak olyan $P_0, P_1, \ldots, P_n$ sorozata, amely eleget tesz az alábbi feltételeknek:

I. $P_0 = A$, $P_n = E$;
II. minden, $0 \le i \le n-1$ egyenlőtlenséget kielégítő i-re P_i különbözik E-től;
III. minden, $0 \le i \le n-1$ egyenlőtlenséget kielégítő i-re P_i és P_{i+1} szomszédos csúcsok.