Megoldás. Két pozitív egész szám, x és y legnagyobb közös osztóját a szokásos módon jelölje (x, y). Ismeretes, hogy $(x, y) = \frac{xy}{[x, y]}$. Ha $0 < x < y$, akkor (x, y) közös osztója lévén x-nek és y-nak, osztója $y - x$-nek is, ami pozitív; így $(x, y) \leq y - x$. Ezzel

$$\frac{a_i a_{i+1}}{[a_i, a_{i+1}]} \leq a_{i+1} - a_i,$$

így

$$\frac{1}{[a_1, \ldots, a_i, a_{i+1}]} \leq \frac{1}{[a_i, a_{i+1}]} \leq \frac{a_{i+1} - a_i}{a_i a_{i+1}} = \frac{1}{a_i} - \frac{1}{a_{i+1}}.$$

A kapott egyenlőtlenséget $i = 1, 2, \ldots, n-1$-re felírva, majd összegezve:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{[a_1, a_2]} + \frac{1}{[a_1, a_2, a_3]} + \ldots + \frac{1}{[a_1, a_2, \ldots, a_n]} \leq$$

$$\leq \frac{1}{a_1} + \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}\right) + \left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n}\right) = \frac{2}{a_1} - \frac{1}{a_n} < 2.$$