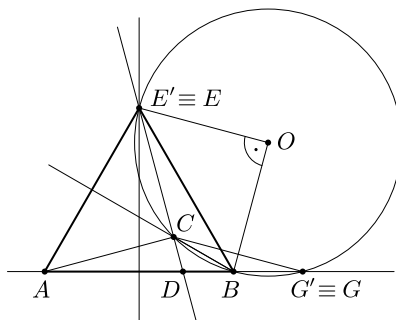


**Megoldás.** Legyen  $E'$  az a pont, amelyre az  $ABE'$  háromszög szabályos, és  $E'$  és  $C$  az  $AB$  egyenesnek ugyanazon az oldalán vannak. Legyen továbbá  $G'$  az  $AB$  félegyenesnek az a pontja, amelyre  $CA = CG'$ .



A  $BC$  az  $ABE'$  szögfelezője, ezért a  $C$  pont rajta van az  $AE'$  felezőmerőlegesén. Így  $AC = CE'$ , ezért

$$AE'C \sphericalangle = CAE' \sphericalangle = 60^\circ - 15^\circ = 45^\circ,$$

vagyis  $E'CA \sphericalangle = 90^\circ$ . Emiatt az  $E'$  pont rajta van a  $CD$  egyenesen. Az  $ABE'$  háromszög szabályos, így  $E'$  rajta van az  $AB$  felezőmerőlegesén is. Ezzel beláttuk, hogy  $E \equiv E'$ . A szimmetria miatt  $CEB \sphericalangle = 15^\circ$ . Látjuk, hogy  $CEB \sphericalangle = AG'C \sphericalangle = BG'C \sphericalangle = 15^\circ$ . Nyilván  $EBG' \sphericalangle = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ , így, mivel a  $CBG$  háromszög egyenlő szárú,

$$BGC \sphericalangle = \frac{180^\circ - (CBE \sphericalangle + EBG \sphericalangle)}{2} = \frac{180^\circ - (30^\circ + 120^\circ)}{2} = 15^\circ = BG'C \sphericalangle,$$

ezért  $G' \equiv G$ . A kerületi szögek tételének megfordítása miatt a  $B, C, E, G$  egy körön vannak.  $ACB \sphericalangle = 135^\circ$ , ezért a szimmetria miatt  $BCE \sphericalangle = 135^\circ$ . A húrnégyszögek tétele miatt ennek megfelelően  $EGB \sphericalangle = 45^\circ$ . Legyen a  $BGEC$  kör középpontja  $O$ . A kerületi és középponti szögek tétele miatt  $EOB \sphericalangle = 90^\circ$ . Az  $EOB$  egyenlő szárú derékszögű háromszög, tehát a kör átmérője  $2OE = \sqrt{2} \cdot BE = \sqrt{2} \cdot AB$ .