

Az  $x$  valós változó  $f(x) \equiv ax + b$  alakú, nem állandó  $f$  függvényeiből álló (ahol  $a$  és  $b$  valós állandókat jelentenek) valamely nem üres  $G$  halmaz a következő tulajdonságokkal rendelkezik:

a) Ha  $f, g \in G$ , akkor  $g \cdot f \in G$ , ahol  $(g \cdot f)(x) = g(f(x))$ .

b) Ha  $f \in G$ , akkor az inverz függvény:  $f^{-1} \in G$ , ahol az  $f(x) \equiv ax + b$  függvény inverze:  $f^{-1}(x) \equiv \frac{x-b}{a}$ .

c) Minden egyes  $f$ -hez, amelyre  $f \in G$ , létezik olyan valós  $x_f$ , hogy teljesül az

$$f(x_f) = x_f$$

egyenlőség.

Bizonyítsuk be, hogy akkor van olyan  $k$  szám, amelyre

$$f(k) = k$$

a  $G$  halmaz minden  $f$  függvénye esetén.