Legyen $\mathcal{H}$ a feladatban leírt tulajdonságú részhalmazok egy rendszere, és legyenek A és B a $\mathcal{H}$ különböző tagjai. Tegyük fel, hogy az $A \cup B$ halmaz k legkisebb eleme az A halmazt alkotja. Tekintettel arra, hogy $|A \cup B| > k$, az $A \cup B$ halmaz legnagyobb eleme nem tartozik A-hoz. Ezért ez az elem B-hez tartozik, ilyenformán a $\mathcal{H}$ halmazcsalád tagjainak legnagyobb elemei páronként különbözők. A $\mathcal{H}$ halmazcsaládhoz tehát legfeljebb annyi halmaz tartozhat, mint ahányféle az $1, 2, \ldots, n$ hamaz egy k elemű részhalmazának a legnagyobb eleme lehet. Világos, hogy az $1, 2, \ldots, k-1$ számok egyike sem lehet egy ilyen k elemű részhalmaz legnagyobb eleme, ezért a feladatban kérdezett részhalmazok száma legfeljebb a $\{k, k+1, \ldots, n\}$ halmaz számossága, azaz legfeljebb $n-(k-1) = n-k+1$ lehet.

Annak igazolására, hogy ez a felső korlát elérhető, elegendő azt észrevenni, hogy az $A_i := \{j \in \mathbb{N} \colon i \leq j \leq i+k-1\}$ halmazok rendelkeznek a feladatban leírt tulajdonsággal, ha $i \in \{1, 2, \ldots, n-k+1\}$. Ezzel pedig pontosan $n-k+1$ halmazt adtunk meg, a feladat kérdésére a válasz tehát $n-k+1$.

Megjegyzés. Maximális méretű halmazcsaládra egy, a fentitől különböző példa $i \in \{k, k+1, \ldots, n\}$ esetén az $\{1, 2, \ldots, k-1, i\}$ halmazok rendszere.