

Megoldás. A második egyenletet az elsőből kivonva, majd rendezve és szorzattá alakítva:

$$\begin{aligned}x^2 - x^3 + y^3 - y^2 &= x - y, \\(x^2 - y^2) - (x^3 - y^3) - (x - y) &= 0, \\(x - y)(x + y - x^2 - xy - y^2 - 1) &= 0.\end{aligned}$$

A szorzat pontosan akkor nulla, ha egyik tényezője nulla.

1. eset: $x - y = 0$, azaz $x = y$. Az első egyenletbe (illetve a két azonossá váló egyenlet bármelyikébe) behelyettesítve és rendezve:

$$\begin{aligned}x^2 + x^3 &= x + 1, \\(x + 1)(x^2 - 1) &= 0.\end{aligned}$$

Ebből $x_1 = y_1 = 1$ és $x_2 = y_2 = -1$.

2. eset:

$$x + y - x^2 - xy - y^2 - 1 = 0.$$

Az x -re fölírt

$$x^2 + (y - 1)x + (y^2 - y + 1) = 0$$

másodfokú egyenlet diszkriminánsa:

$$(y - 1)^2 - 4(y^2 - y + 1) = -3y^2 + 2y - 3 = -3\left(y - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{8}{3} < 0,$$

ezért ebben az esetben nem kapunk megoldást.