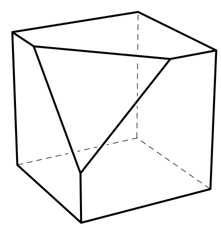
**Megoldás.** Jelölje a poliéder lapjainak számát $\ell$, éleinek számát $e$ és csúcsainak számát $c$. Ekkor Euler poliéderekre vonatkozó tétele alapján tudjuk, hogy

$$\ell + c = e + 2.$$

Minden csúcsba legalább 3 él fut, továbbá ha a csúcsok mentén megszámoljuk az éleket, akkor mindegyik élt kétszer számoljuk, vagyis $2e \geq 3c$. Fejezzük ki a lapok számát az Euler-tételből és használjuk fel az előbbi becslést:

$$\ell = 2 + e - c \geq 2 + e - \frac{2}{3}e = 2 + \frac{1}{3}e.$$

A poliédernek a feladat szerint legalább 3 ötszöglapja van. Ez legalább 12 élt jelent, mert bármely 2 ötszöglapnak lehet egy közös éle. Innen már adódik, hogy $\ell \geq 6$. Azt is látjuk, hogy pontosan 6 lapja csak akkor lehet a poliédernek, ha legfeljebb 12 éle van. Egy 6 lapú, legfeljebb 12 élű poliédernek legfeljebb 8 csúcsa van a poliédertétel alapján. A 3 ötszöglapnak ennél több csúcsa van (bármely 2 ötszöglapnak 2 közös csúcsa lehet, tehát legalább $15 - 3 \cdot 2 = 9$ csúcsuk van), vagyis a 6 lappal rendelkező ilyen poliédernek nem lehetne 3 ötszöglapja. A poliédernek tehát legalább 7 lapja van.



Pontosan 7 lappal konstruálható megfelelő poliéder, például ha egy téglatest egy csúcsát „levágjuk” egy síkkal. Ennek a testnek három téglalap-, három ötszög- és egy háromszöglapja van.

*Megjegyzések.* 1. A versenyzők többféle konstrukciót adtak a megoldásaikhoz. A fenti mellett jellemző volt a következő is: Egy tetraéder három sarkát „vágjuk le”, így 1 hatszög-, 3 ötszög- és 3 háromszöglap keletkezik.

2. A http://www.komal.hu/verseny/feladat.cgi?a=feladat&f=B4794&l=hu linken látható két megoldás ettől különbözik. A feladatok megoldása általában pár nappal a határidő után honlapunkon megtalálható.