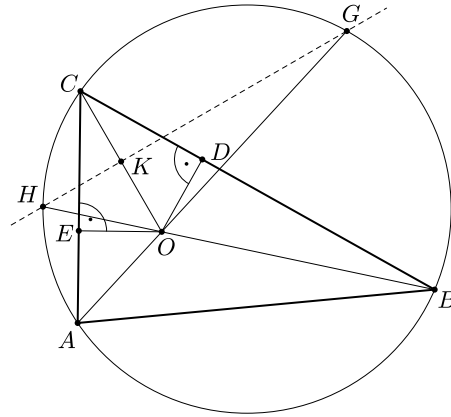


**Megoldás.** Legyen a beírt kör középpontja az  $O$  pont, és használjuk a szokásos jelöléseket.



A  $D$  és  $E$  pontok érintési pontok, ezért  $CDO\angle = CEO\angle = 90^\circ$ . Ezek szerint a  $D$  és  $E$  pontok  $OC$  Thalesz-körén helyezkednek el, a kör középpontja, egyben a  $DCE$  háromszög köréírt körének középpontja, az  $OC$  szakasz  $K$  felezőpontja.

Az  $A, B, G, C, H$  pontok mind az  $ABC$  háromszög köréírt körén helyezkednek el, így többször felhasználhatjuk, hogy adott ívhez tartozó kerületi szögek mind egyenlők. Így

$$\begin{aligned} GHB\angle &= GAB\angle = \frac{\alpha}{2}, & AGH\angle &= ABH\angle = \frac{\beta}{2}, \\ CHG\angle &= CAG\angle = \frac{\alpha}{2}, & HGC\angle &= HBC\angle = \frac{\beta}{2}. \end{aligned}$$

Egy háromszög belső szögeinek összege  $180^\circ$ , így a  $CHG$  háromszögben

$$GCH\angle = 180^\circ - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2},$$

továbbá az  $OGH$  háromszögben

$$HOG\angle = 180^\circ - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}.$$

Beláttuk, hogy a  $HOG$  és  $GCH$  háromszögek egybevágók, mert szögeik páronként megegyeznek és egyik oldaluk ( $GH$  a leghosszabb oldal) közös. A  $CHOG$  négyszög tehát deltoid, amelynek szimmetriatengelye a  $GH$  átlója. Ez az átló így a másik átlót, az  $OC$ -t felezőpontjában, a  $K$  pontban metszi. Tehát a  $G, K, H$  pontok valóban egy egyenesre illeszkednek.