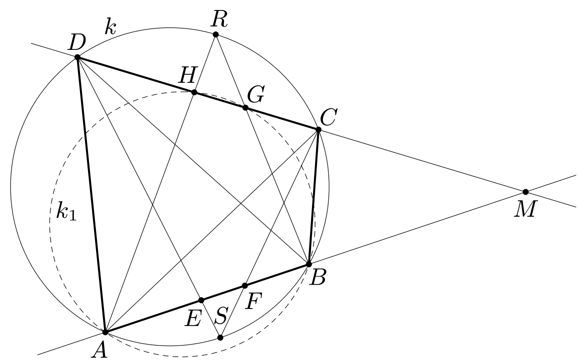
Megoldás. Ha $AB \parallel CD$, akkor $ABCD$ húrtrapéz, így szimmetrikus az AB szakasz felezőmerőlegesére. Ekkor az egész ábra, így az $EFGH$ trapéz is szimmetrikus, így $EFGH$ húrtrapéz. A továbbiakban feltesszük, hogy AB és CD az M pontban metszik egymást.

Legyen $ABCD$ körülírt körén az A-t nem tartalmazó CD ív felezőpontja R, a C-t nem tartalmazó AB ív felezőpontja S. A kerületi szögek tétele szerint ekkor a $CAD\sphericalangle$ és $CBD\sphericalangle$ szögek felezői R-ben, míg az $ADB\sphericalangle$ és $ACB\sphericalangle$ szögek felezői S-ben metszik egymást. Ebből az is következik, hogy az ábra helyes, az A, E, F és B; valamint a C, G, H és D pontok az *ábrán* látható sorrendben következnek.



Először belátjuk, hogy $ABGH$ húrnégyszög, ehhez elegendő megmutatnunk, hogy két szemközti szögének összege $180°$. Egyrészt $HAB\sphericalangle = DAB\sphericalangle - DAR\sphericalangle$, másrészt $BGH\sphericalangle = DCB\sphericalangle + RBC\sphericalangle$ (a $GBC\triangle$ külső szöge). Vegyük észre, hogy $DAR\sphericalangle = RBC\sphericalangle$, mivel mindkettő a CD íven nyugvó kerületi szög fele. Így $HAB\sphericalangle + BGH\sphericalangle = DAB\sphericalangle + DCB\sphericalangle = 180°$.

Hasonlóan belátható, hogy a $DEFC$ négyszög is húrnégyszög. Legyen az $ABCD$ körülírt köre k, az $ABGH$ körülírt köre k_1, a $DEFC$ körülírt köre pedig k_2. A külső pontból körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tételét alkalmazzuk az M pontra és rendre a k, k_1 és k_2 körökre, így nyerjük, hogy

$$MA \cdot MB = MC \cdot MD; \quad MA \cdot MB = MG \cdot MH; \quad ME \cdot MF = MC \cdot MD.$$

A három egyenlőséget összevetve $MG \cdot MH = ME \cdot MF$ adódik. Innen az állítás azonnal következik a külső pontból körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tételének megfordításából.