Megoldás. Mivel $x > 0$, a bal oldal azonosan átírható úgy, hogy az összes elsőfokú kifejezés szorzata közös gyökjel alatt szerepeljen:

$$\sqrt{2x\sqrt{(2x+1)\sqrt{(2x+2)\sqrt{2x+3}}}} = \sqrt[16]{(2x)^8 \cdot (2x+1)^4 \cdot (2x+2)^2 \cdot (2x+3)}.$$

A gyökjel alatt 15-tényezős szorzat szerepel. A szorzat értéke nem változik, ha 16-odik tényezőként még az 1-et is hozzávesszük. Ezután már alkalmazhatjuk a számtani és mértani közép közötti jól ismert egyenlőtlenséget, hozzátéve azt is, hogy szigorú egyenlőtlenség fog teljesülni, mivel a számok biztosan nem lehetnek mind egyenlők (pl. $2x < 2x+1$):

$$\sqrt[16]{(2x)^8 \cdot (2x+1)^4 \cdot (2x+2)^2 \cdot (2x+3) \cdot 1} <$$
$$< \frac{8(2x) + 4(2x+1) + 2(2x+2) + 2x + 3 + 1}{16} = \frac{30x+12}{16} = \frac{15x+6}{8}.$$

Tehát valóban

$$\sqrt{2x\sqrt{(2x+1)\sqrt{(2x+2)\sqrt{2x+3}}}} < \frac{15x+6}{8}.$$

Megjegyzés. Amennyiben a bal oldalon az utolsó tényezőt, a $2x+3$-at úgy bontjuk szorzattá, hogy $2(x+1,5)$, akkor a számtani-mértani közép közötti egyenlőtlenség használatával az erősebb

$$\sqrt[16]{(2x)^8 \cdot (2x+1)^4 \cdot (2x+2)^2 \cdot (x+1,5) \cdot 2} < \frac{29x+11,5}{16} = \frac{14,5x+5,75}{8} < \frac{15x+6}{8}$$

becslés adódik.