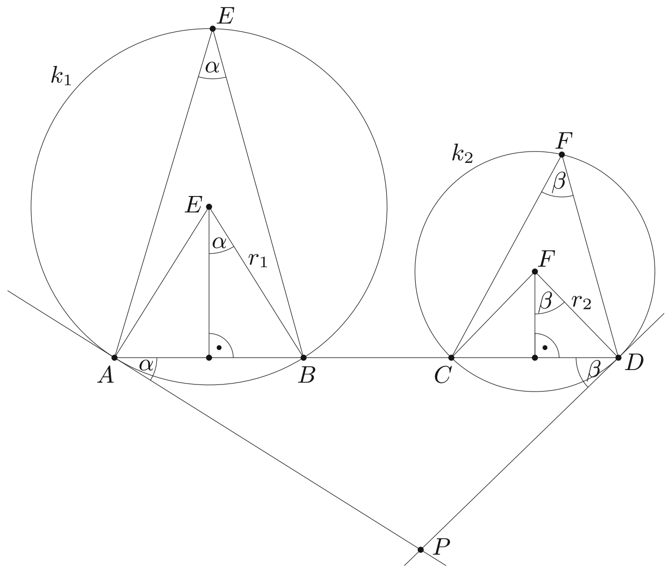
Megoldás. Az A, D és P pontok háromszöget alkotnak, különben AD érintő egyenese lenne a két körnek, ám ekkor az AB és CD húrok ponttá fajulnának.

Az *1. ábra* jelöléseit használva legyen $PAD\sphericalangle = \alpha$ és $ADP\sphericalangle = \beta$, az E és F pontok pedig legyenek rendre a k_1 és k_2 kör pontjai abban az AD egyenes által határolt félsíkban, amely nem tartalmazza a P pontot.



1. ábra

Ekkor az érintő szárú kerületi szögek tétele alapján $AEB\sphericalangle = \alpha$ és $CFD\sphericalangle = \beta$. Legyen $AB = CD = x$, a körök sugara pedig rendre r_1 és r_2. Ekkor

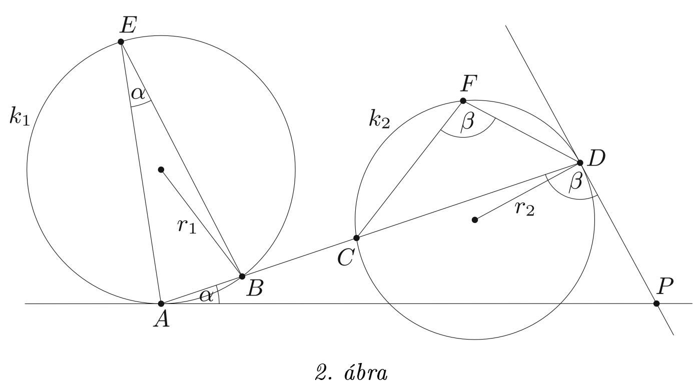
$$\sin\alpha = \frac{x}{2r_1} \quad \text{és} \quad \sin\beta = \frac{x}{2r_2}.$$

Írjuk fel a szinusztételt az APD háromszögben:

$$\frac{PA}{PD} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{\frac{x}{2r_2}}{\frac{x}{2r_1}} = \frac{r_1}{r_2}.$$

Az érintőszakaszok hosszának aránya tehát egyenlő az érintett körök sugarának arányával.

Megjegyzés. A megoldás során sokan elkövették azt a hibát, hogy nem minden elhelyezkedést vettek figyelembe, például a *2. ábrán* látható elhelyezkedéssel nem foglalkoztak. Így sokszor olyan összefüggéseket írtak fel a szögekre, amelyek ebben az esetben nem teljesülnek (bár kis változtatással itt is igazak lennének). Ezért a hibáért egy pont levonás járt.



2. ábra